3.7.2. *Sea S un conjunto den enteros no necesariamente distintos. Demostrar que algún subconjunto no vacío de S posee una suma divisible por n.*

Sea $S = \{x_i\}$, $x_i \in \mathbb{Z}$, definimos las siguientes sumas de los elementos de subconjuntos de S

$$y_m = \sum_{i=1}^{m} x_i, m <= n$$

Si alguna de las sumas $y_i \equiv 0 \mod n$, hemos terminado.

En caso contrario, necesariamente debe darse que $y_k \equiv y_j \mod n$ para algún $j < k$ pues o bien las sumas no son únicas, o si lo son, tenemos n sumas y $n-1$ clases residuales, pues ya hemos descartado el caso $y_i \equiv 0 \mod n$, y por el Principio del Palomar concluimos que efectivamente $y_k \equiv y_j \mod n$.

En ambos casos, $y_k - y_j \equiv 0 \mod n$ implica que $y_k - y_j \equiv x_{j+1} + \ldots + x_k$, que es la suma de los elementos de un subconjunto de S, es divisible por n.

Problema escrito por Óscar Losada Suárez