

2.2.5 Determinar los enteros n tales que $\prod_{d|n} d = n^2$.

Solución: Como uno de los divisores va a ser siempre el propio n , buscamos los enteros n tales que el producto de sus divisores propios es n . Esto sólo puede ocurrir si existen exactamente dos divisores propios, ya que cada divisor propio d tiene una pareja r tal que $dr = n$. Si tuviera más divisores, el producto sería mayor, y en el que caso que n sea un cuadrado, existe un único divisor propio y la propiedad tampoco se cumple.

Por lo tanto los enteros que buscamos son los números de la forma $n = pq$ con p, q primos distintos y el caso en el que $n = p^3$.

Problema escrito por Federico Alfaro.