2.2.30. *Utilizar el problema anterior y el Teorema 2.1.9 para demostrar*

$$\sum_{n\leq x}(\Omega(n)-\log\log x)^2 = O(x\log\log x).$$

Solución: Esto es una aplicación de la desigualdad triangular:

$$\sqrt{\sum_{n\leq x}(\Omega(n)-\log\log x)^2} = \sqrt{\sum_{n\leq x}(\Omega(n)-\omega(n)+\omega(n)-\log\log x)^2}$$

$$\leq \sqrt{\sum_{n\leq x}(\Omega(n)-\omega(n))^2} + \sqrt{\sum_{n\leq x}(\omega(n)-\log\log x)^2}.$$

Y ahora, por el ejercicio 2.2.29 y el teorema 2.1.9 podemos acotar estas cantidades por:

$$\ll \sqrt{x} + \sqrt{x\log\log x} \ll \sqrt{x\log\log x}.$$

Elevando al cuadrado se concluye el resultado.

Problema escrito por Diego González Sánchez.