

2.2.15. *Demostrar que $\sigma(n) = O(n \log n)$.*

Solución: Sabemos por definición que

$$\sigma(n) = \sum_{d|n} d = \sum_{d|n} \frac{n}{d}.$$

Por otro lado sabemos que

$$\sum_{d=1}^n \frac{1}{d} = O(\log n).$$

Por lo tanto tenemos que

$$\sigma(n) = \sum_{d|n} d = \sum_{d|n} \frac{n}{d} \leq n \sum_{d=1}^n \frac{1}{d} = nO(\log n) = O(n \log n).$$

Problema escrito por Patrizio Guagliardo, Monica Coppo