1.4.30. *Un cuadrado de $n \times n$ números enteros se dice que es un cuadrado mágico multiplicativo si el producto de los números de cada una de sus filas o columnas, así como de cada una de las dos diagonales principales, es el mismo. Encontrar todos los cuadrado mágico multiplicativos 3×3 donde el número central es 15 y los nueve enteros positivos que forman el cuadrado son distintos.*

Solución: Vamos a buscar como solución a nuestro cuadrado únicamente números que son producto de potencias de 3 y 5. Esto es debido a que, al igual que en un cuadrado mágico aditivo la suma de todas las filas, columnas y diagonales es 3 veces el número del centro; en este caso, se cumple la misma regla, pero para los exponentes de cada número primo que divide al centro. Por lo tanto, si nuestro centro es $15 = 3^1 5^1$, entonces la suma de los exponentes de cada fila, columna y diagonal de nuestro cuadrado debe ser el triple del exponente del centro, tanto para 3 como para 5. Esto implica que el producto de nuestro cuadrado es $3^3 5^3$, y por tanto nuestros números a colocar deben ser de la forma $n = 3^j 5^k : j, k \in \{0, 1, 2\}$ si queremos evitar repeticiones.

De esta manera partimos con el 15 en el centro:

	15	

A continuación, es fácil colocar el 1, que debe estar en un lateral, ya que de estar en una esquina, nos obligaría a repetir números en los dos lados del cuadrado al que afecta.

1		$\cancel{3}$
	15	$\cancel{5}$
$\cancel{5}$	$\cancel{3}$	$3^2 \cdot 5^2$

Por tanto, una vez colocado el 1, debemos obligatoriamente colocar $3^2 5^2$ en el extremo opuesto:

1	15	$3^2 5^2$

A partir de ahora es fácil: Sólo tenemos opción de colocar 3 y 5 alrededor de $3^2 5^2$:

		3
1	15	$3^2 5^2$
		5

Y una vez colocados 3 y 5, el resto quedan determinados completamente:

$3^2 \cdot 5$	5^2	3
1	15	$3^2 5^2$
$3 \cdot 5^2$	3^2	5

Podemos observar que salvo simetrías o giros, este es el único cuadrado mágico multiplicativo que podemos construir con las condiciones anteriores.

45	25	3
1	15	225
75	9	5

Problema escrito por Julio Aroca