

**1.4.23.** *Demostrar que  $\limsup_{n \rightarrow \infty} (p_{n+1} - p_n) = \infty$ , donde  $p_n$  denota el primo  $n$ -ésimo. De otra manera, demostrar que para todo  $k$ , existen  $k$  números compuestos consecutivos.*

Dado  $k$ , tomamos la secuencia de  $k + 1$  enteros consecutivos

$$(k + 2)! + 2, (k + 2)! + 3, \dots, (k + 2)! + (k + 2)$$

y observamos que son todos números compuestos

$$2 \mid (k + 2)! + 2$$

$$3 \mid (k + 2)! + 3$$

$\vdots$

$$(k + 2) \mid (k + 2)! + (k + 2)$$

pues  $\forall n \ n \mid n!$  y  $d \mid \{a, b\} \Rightarrow d \mid a + b$ .

Concluimos, en particular, que para todo  $k$  existen  $k$  números compuestos consecutivos.

*Problema escrito por Óscar Losada Suárez*