ЛЕММА 1. *Пусть r — целое положительное и $x_1, \ldots, x_r$ — неотрицательные вещественные. Тогда*

$$r^r x_1 \ldots x_r \leqslant (x_1 + \ldots + x_r)^r.$$

ЛЕММА 2. *Пусть m — целое положительное и $U_0, \ldots, U_m$ — неотрицательные. Тогда*

$$\Big(\sum_{s=0}^{m} 2^{-s} U_s\Big)^2 \leqslant 2 \sum_{s=0}^{m-1} 2^{-s} U_s^2 + 2^{-m} U_m^2.$$

ЛЕММА 3. *Пусть $p_0 \geqslant (2n)^n$, $p_0 = RH$, $R \geqslant 1$, $H \geqslant 4n$, $C \geqslant n$, наконец, $v_1, \ldots, v_n$ пробегают целые числа интервалов*

$$X_1 < v_1 \leqslant Y_1, \ldots, X_n < v_n \leqslant Y_n,$$

ограниченных условиями:

$$-p_0 \leqslant X_1,\ X_1 + R \leqslant Y_1,\ Y_1 + R \leqslant X_2, \ldots, X_n + R \leqslant Y_n \leqslant p_0.$$

Тогда, каковы бы ни были интервалы с длинами

$$Cp_0^{1-\nu}, \ldots, Cp_0^{n(1-\nu)},$$

для числа E систем значений $v_1, \ldots, v_n$, при которых суммы

$$v_1 + \ldots + v_n, \ldots, v_1^n + \ldots + v_n^n$$

соответственно лежат в этих интервалах, будем иметь:

$$E < C^n H^{\frac{n(n-1)}{2}} p_0^{\frac{n-1}{2}}.$$

ЛЕММА 4. *Пусть l — целое положительное,*

$$p_t = p_0^{(1-\nu)^t}, \quad p_l \geqslant (2n)^n.$$

Пусть каждому $t = 0, \ldots, l-1$ отвечают свои системы

$$(U_{t,1}, \ldots, U_{t,n}),$$

состоящие из целых чисел с условиями

$$|U_{t,1}| < np_t, \ldots, |U_{t,n}| \leqslant np_t^n,$$

причем можно указать число F_t такое, что, каковы бы ни были число $C \geqslant 2n$ и интервалы с длинами

$$Cp_t^{1-\nu}, \ldots, Cp_t^{n(1-\nu)},$$

число систем $(U_{t,1}, \ldots, U_{t,n})$ с числами, соответственно попадающими в эти интервалы, не превосходит $C^n F_t$. Выбрав для каждого $t = 0, \ldots, l-1$ одну из отвечающих этому t систем и полагая

$$U_s = U_{0,s} + \ldots + U_{l-1,s},$$

составим систему $(U_1, \ldots, U_n)$. Тогда, каковы бы ни были $z_1, \ldots, z_n$, число систем $(U_1, \ldots, U_n)$ с условием

$$U_1 = z_1, \ldots, U_n = z_n$$

будет

$$< 2^l (2n)^{nl} F_0 \ldots F_{l-1}.$$