La magia de los números

Fernando Chamizo (UAM-ICMAT)
Dulcinea Raboso

I.E.S. Avenida de los Toreros

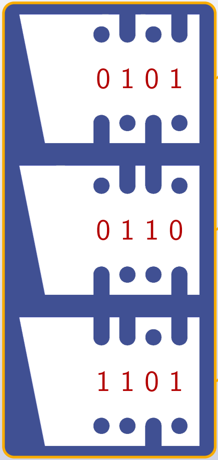
6 de abril de 2017

Tarjetas perforadas

La baraja del
mago matemático

Sistema binario

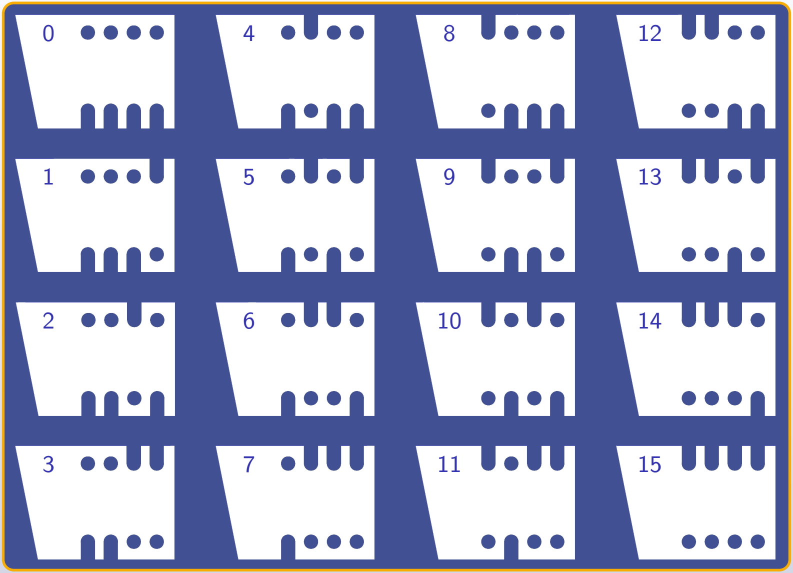
Es un sistema de numeración en el que los números se representan utilizando solamente dos cifras, 0 y 1.

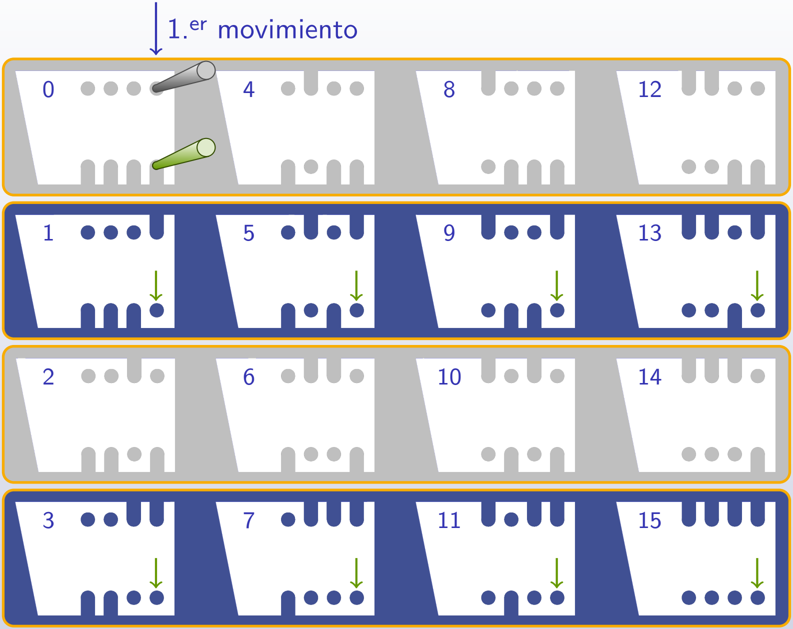


$$2^3 \cdot 0 + 2^2 \cdot 1 + 2^1 \cdot 0 + 2^0 \cdot 1 = 5$$

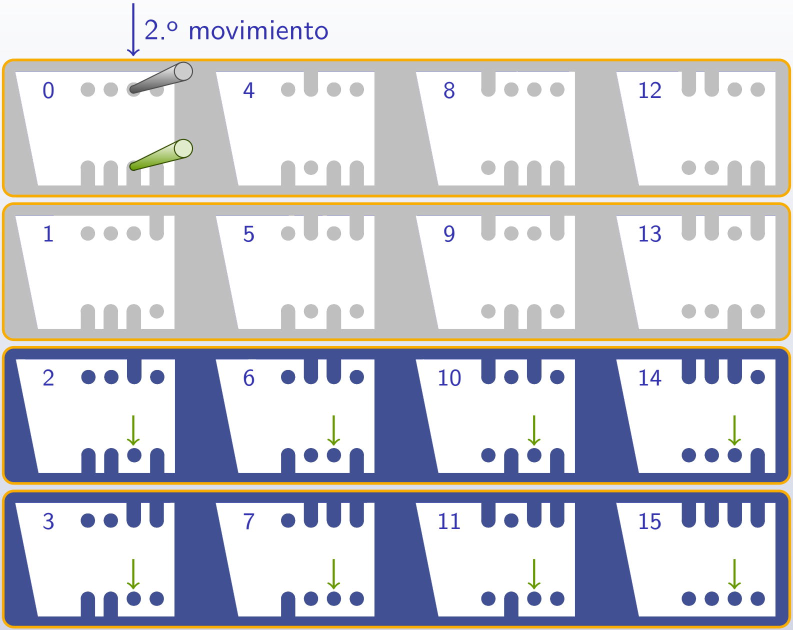
$$2^3 \cdot 0 + 2^2 \cdot 1 + 2^1 \cdot 1 + 2^0 \cdot 0 = 6$$

$$2^3 \cdot 1 + 2^2 \cdot 1 + 2^1 \cdot 0 + 2^0 \cdot 1 = 13$$

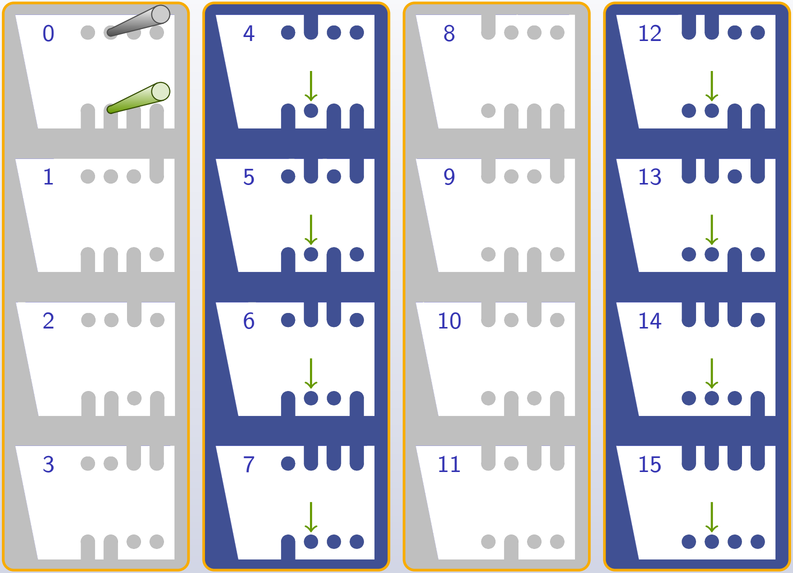

0
4
8
12
1
5
9
13
2
6
10
14
3
7
11
15

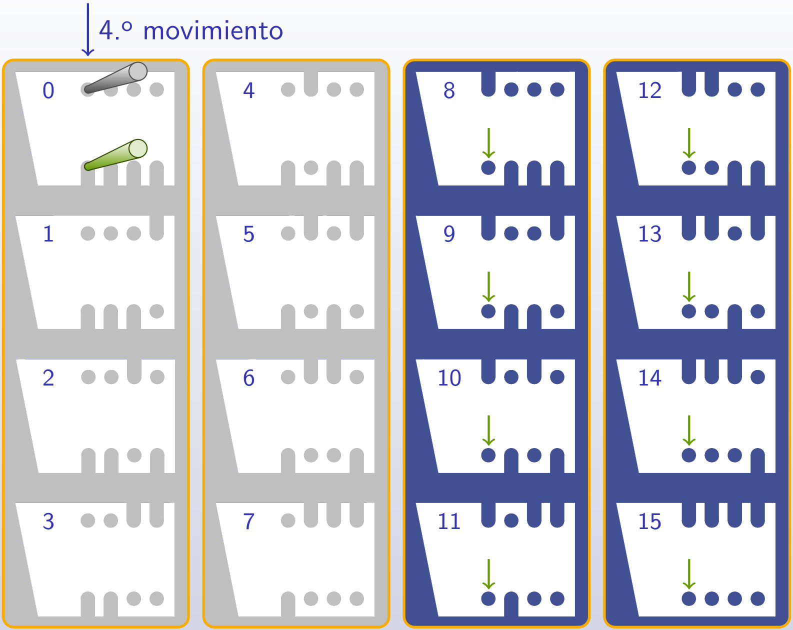

1.er movimiento
0
4
8
12
1
5
9
13
2
6
10
14
3
7
11
15

2.º movimiento

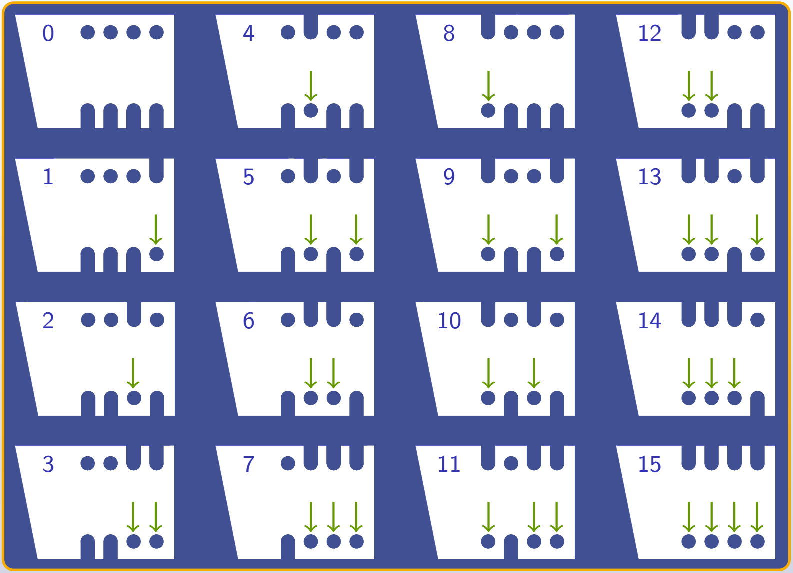


3.er movimiento




4.º movimiento
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15

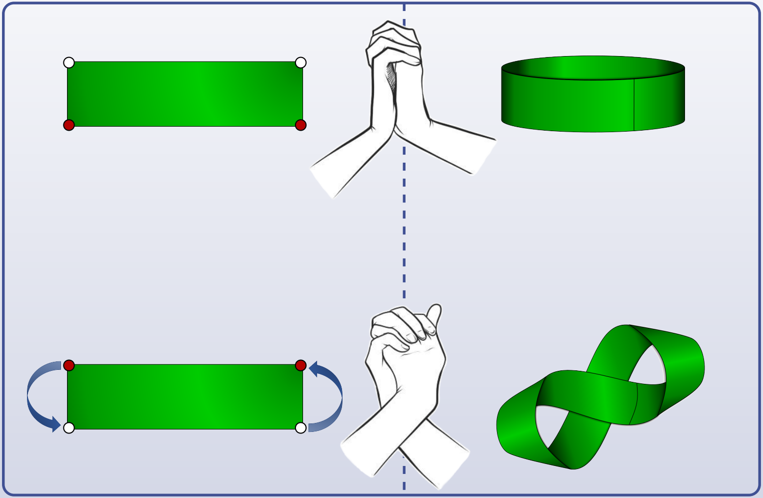
Movimientos



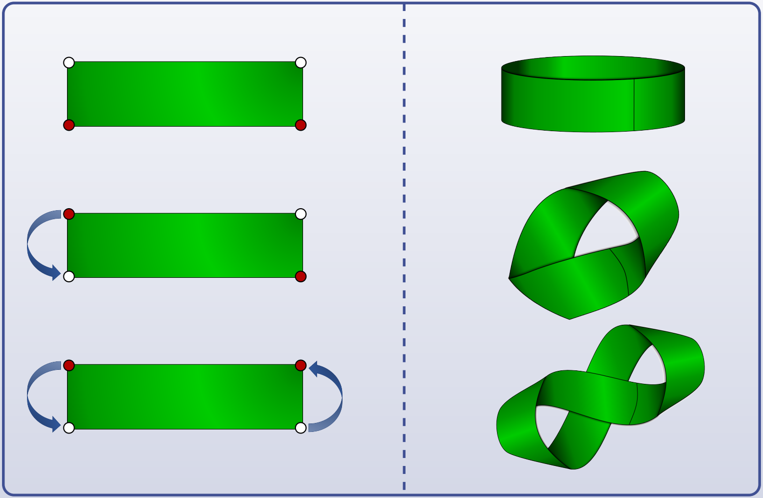
Banda de Möbius

¡Qué corte!

Un poco de topología

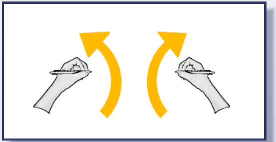


Un poco de topología

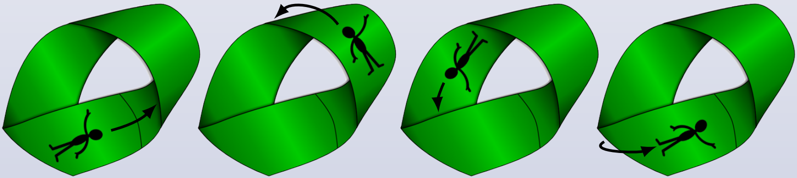


Extrañas propiedades

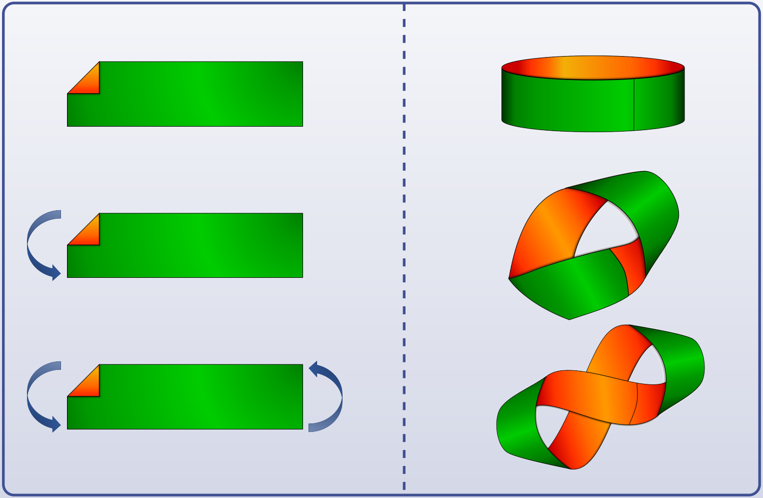
La **banda de Möbius** es una superficie con una sola cara y un solo borde que además es un objeto no orientable, es decir, invierte el sentido de los objetos que viajan sobre ella.



Si un habitante (bidimensional) de la banda de Möbius se cansara de ser diestro, no tendría más que dar un paseo por su mundo.

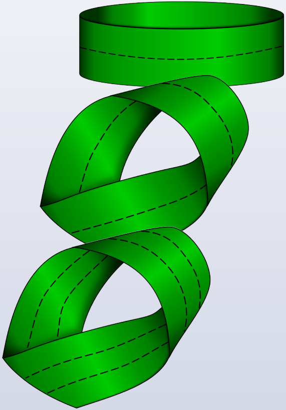


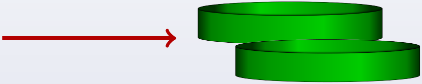
Un poco de topología



Extrañas propiedades

Al cortar por la mitad un cilindro de papel, se obtienen dos cilindros con el mismo radio y la mitad de altura que el original.





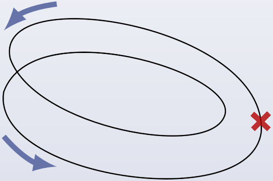
Si se hace lo mismo con la banda de Möbius, ¿qué sucede?

¿y si el corte se hace a un tercio de distancia?

El problema del camarero

Si realizamos **dos** rotaciones de la mano mientras sostenemos en la palma un vaso de agua, terminamos en la posición inicial.

La mano hace una rotación sobre su hombro, retorciendo el brazo, y luego otra rotación pasando por debajo, desenrollándolo.

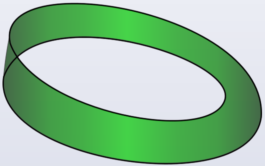


El problema está relacionado con el *espín* de los llamados *fermiones*, y “explica” por qué un electrón tiene que “girar” 720° para recuperar su “estado” original.

El problema del camarero

Si realizamos **dos** rotaciones de la mano mientras sostenemos en la palma un vaso de agua, terminamos en la posición inicial.

La mano hace una rotación sobre su hombro, retorciendo el brazo, y luego otra rotación pasando por debajo, desenrollándolo.



¡La trayectoria describe el borde de una banda de Möbius!

El problema está relacionado con el *espín* de los llamados *fermiones*, y "explica" por qué un electrón tiene que "girar" 720° para recuperar su "estado" original.

Serie armónica

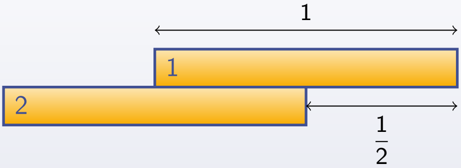
¿Sostener media escalera
sin una pared?

¿Cuánto se puede separar de la vertical una pila de libros?

¡Sin caerse!

Posición límite de equilibrio

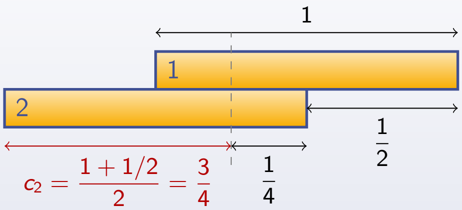
Con 2 libros:



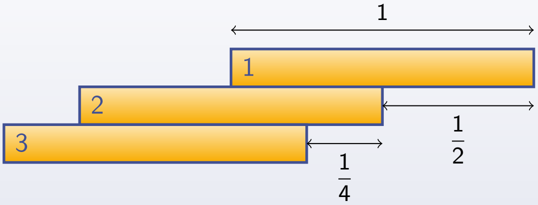
¿Por qué anchura máxima apostaríamos si disponemos de tantos libros como deseemos?

Parece claro que el último libro no puede estar más allá de la base de sustentación, ¿pero es verdad?

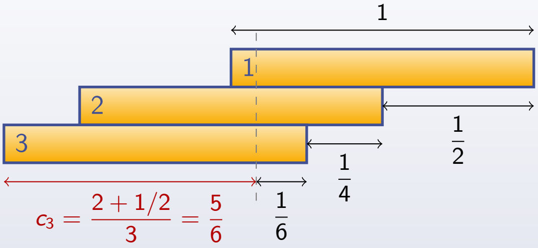
Posición límite de equilibrio



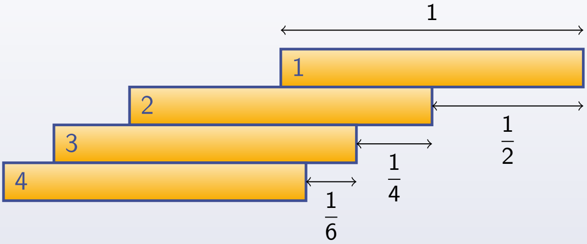
Posición límite de equilibrio



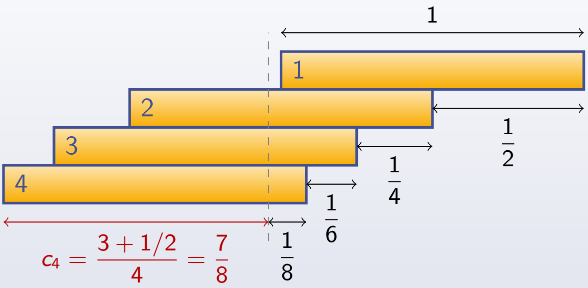
Posición límite de equilibrio



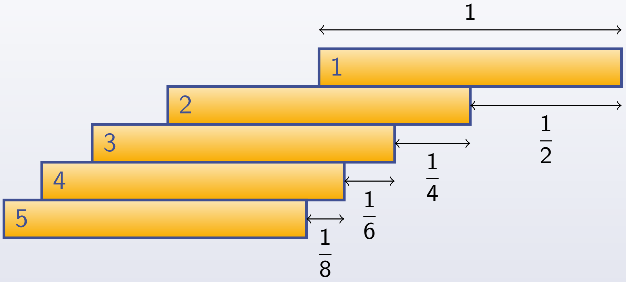
Posición límite de equilibrio



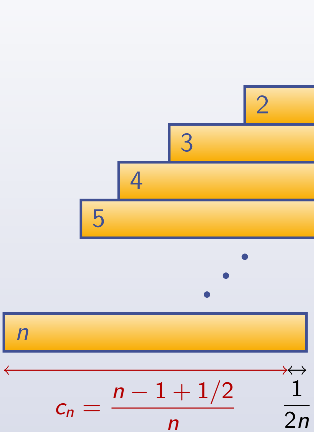
Posición límite de equilibrio



Posición límite de equilibrio

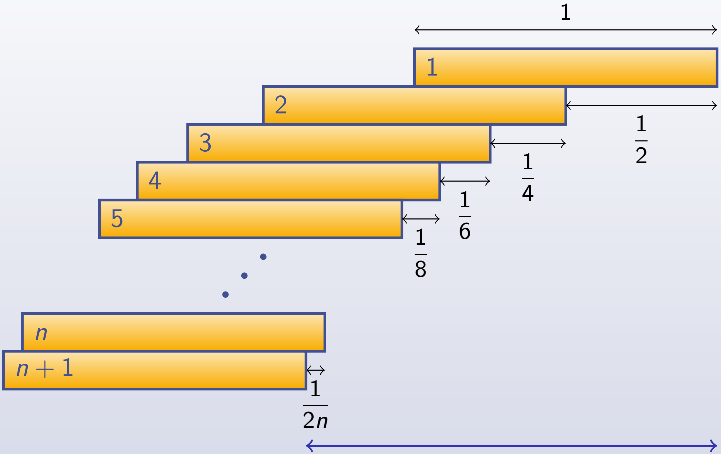


Posición límite de equilibrio



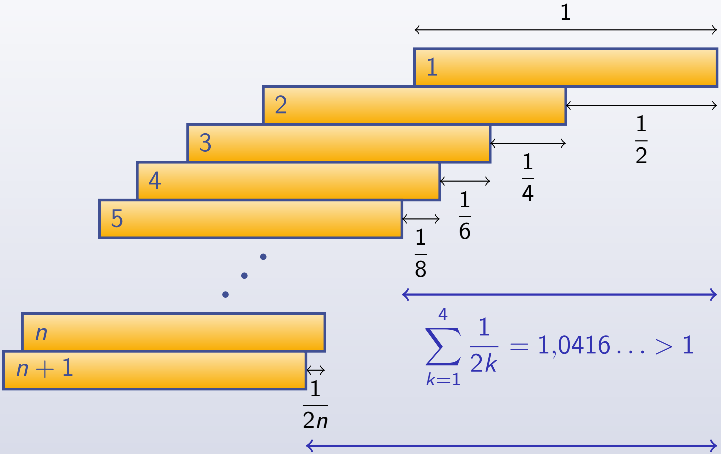
$$c_n = \frac{n-1+1/2}{n}$$

Posición límite de equilibrio



$$\text{separación de la vertical} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2k}$$

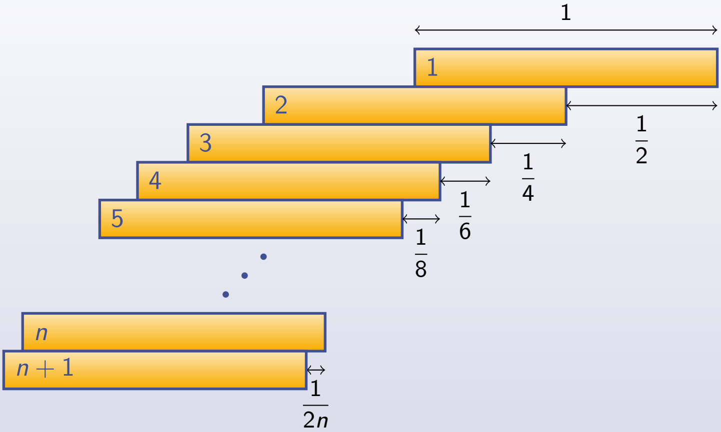
Posición límite de equilibrio



$$\sum_{k=1}^{4} \frac{1}{2k} = 1{,}0416\ldots > 1$$

$$\text{separación de la vertical} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2k}$$

Posición límite de equilibrio



$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{2k}=\left(\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{4}\right)+\underbrace{\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{8}\right)}_{2\text{ num. }\geq 1/8}+\underbrace{\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{12}+\frac{1}{14}+\frac{1}{16}\right)}_{4\text{ num. }\geq 1/16}+\dots$$

¿Qué ven mis ojos?

. . . o qué no ven.

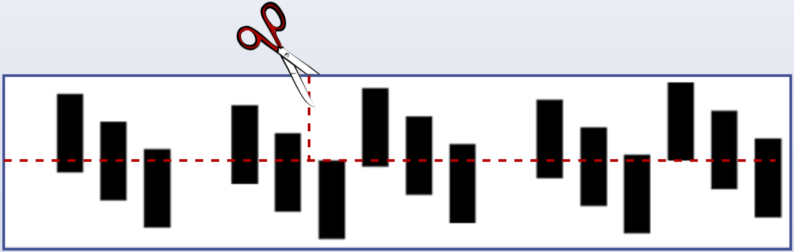
El puzzle

Se trata de una variante del puzzle creado por Pat Patterson "*The Vanishing Leprechaun*". Podemos hacer desaparecer con nuestras propias manos una figura dibujada en un papel y que vuelva a aparecer cuando queramos.

¿Cuántas figuras se ven en la imagen?

El puzzle

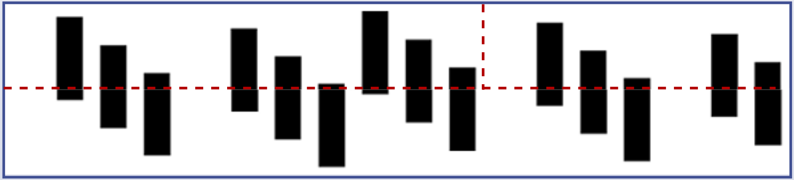
Se trata de una variante del puzzle creado por Pat Patterson "*The Vanishing Leprechaun*". Podemos hacer desaparecer con nuestras propias manos una figura dibujada en un papel y que vuelva a aparecer cuando queramos.



Si hacemos unos cortes "estratégicos" e intercambiamos las partes superiores. . .

El puzzle

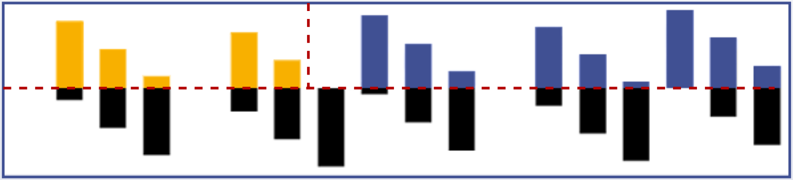
Se trata de una variante del puzzle creado por Pat Patterson "*The Vanishing Leprechaun*". Podemos hacer desaparecer con nuestras propias manos una figura dibujada en un papel y que vuelva a aparecer cuando queramos.

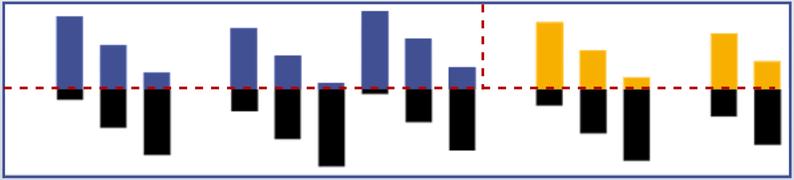


¿Cuántas figuras se ven ahora?

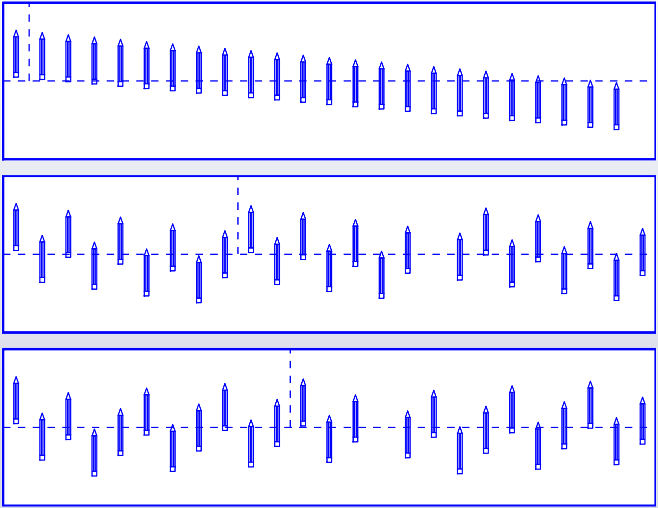
El puzzle

Coloreando las partes superiores:





Variante con ¿24? lápices



Podéis encontrar la presentación en:

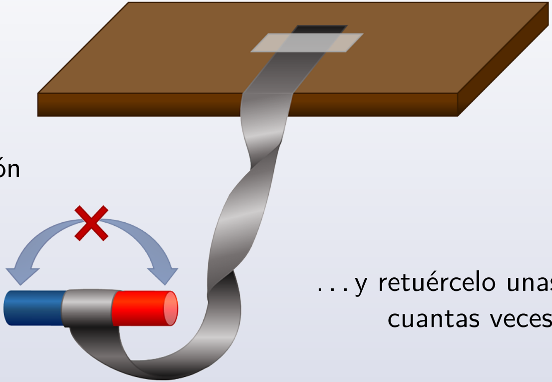
---

https://www.uam.es/fernando.chamizo

Bonus track

Cinturón de Dirac

Sujeta un cinturón a una barra...



...y retuércelo unas cuantas veces.

Si no permitimos girar la barra verticalmente,
¿se puede desenrollar?