La relatividad especial está motivada por las ecuaciones de Maxwell, como ya sugiere el título del artículo original de Einstein "*Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento*". Algunas ecuaciones fundamentales de la relatividad ya habían aparecido antes de su creación a través del electromagnetismo. Incluso, aunque suene a chiste, la fórmula más famosa de la Ciencia, $E = mc^2$, se había enunciado antes con un factor incorrecto, $E = \frac{3}{4}mc^2$, aplicada al electrón por consideraciones electrodinámicas. Por otro lado, a pesar de que sea fácil leer en muchos textos de física que el grupo de Lorentz (las trasformaciones fundamentales de la relatividad especial) deja invariantes las ecuaciones de Maxwell o, de manera más gráfica, que la relatividad está incluida en el electromagnetismo, estas frases seguramente resultarán engañosas para la mayor parte de los matemáticos. Siempre hay que introducir algo físico acerca del modo en suponemos que se transforman las ecuaciones.

En esta hoja vamos a explorar varios aspectos de la relación entre la relatividad y el electromagnetismo. Sin indicarlo cada vez, en lo sucesivo, cuando nos refiramos a las ecuaciones de Maxwell supondremos que son las ecuaciones en ausencia de fuentes (con $\rho = 0$, $\vec{\jmath} = \vec{0}$).

1. Las transformaciones de Lorentz y la invariancia de las ecuaciones.

Hay experimentos mentales que sugieren una contradicción entre las ecuaciones de Maxwell y las mediciones de diferentes observadores inerciales. Los más famosos son el problema del conductor y el imán móvil [9] y la constancia de la velocidad de la luz, ambos mencionados por Einstein al comienzo de [5]. El segundo es más fácil de entender. Las ecuaciones de Maxwell implican que la velocidad de la luz en el vacío (y de cualquier onda electromagnética) es constante. Un observador que se mueve por el eje X a velocidad v medirá la primera coordenada como $x' = x - vt$ donde t es el tiempo y x es la coordenada para un observador en reposo en el origen. Si ambos miden la velocidad de la luz, al derivar con respecto del tiempo $\frac{dx'}{dt} = \frac{dx}{dt} - v$ implica $c = c - v$ que no tiene sentido.

La solución que da la relatividad especial, como seguro que sabes, es que cada observador tiene su propio tiempo: el tiempo es relativo. Aunque resulte totalmente antiintuitivo, las mediciones de tiempo y espacio de ambos observadores vienen dadas por las *transformaciones de Lorentz*

$$(1) \qquad x' = \gamma(x - vt), \qquad t' = \gamma(t - vx/c^2) \qquad \text{con} \quad \gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}.$$

Dada la magnitud la velocidad de la luz, $x' \neq x - vt$ y $t' \neq t$ solo son apreciables para velocidades muy grandes que están fuera de nuestra experiencia diaria.

Como su nombre indica, estas transformaciones las introdujo Lorentz pero fue Einstein el primero que creyó en su significado real dando forma a la relatividad especial. En general, se llaman transformaciones de Lorentz a las que relacionan a dos observadores inerciales que están inicialmente en el origen.

Minkowski dio una interpretación geométrica de las transformaciones de Lorentz como unas isometrías en un espacio vectorial de cuatro dimensiones que representaba conjuntamente el espacio y el tiempo. Inicialmente esto le pareció a Einstein irrelevante, pero en unos años cambió radicalmente de opinión porque resultó muy importante en el desarrollo de la relatividad general. En realidad fue Minkowski y no Einstein quien introdujo el concepto de espacio-tiempo [7] a pesar de que parte de la divulgación actual en física nos cuente otra cosa.

Siguiendo las ideas de Minkowski, identificamos al observador en reposo con un sistema de referencia $\mathcal{R}$ en el que las mediciones de tiempo y espacio vienen dadas por un cuadrivector (vector de cuatro coordenadas) $s = (ct, x, y, z)$, donde la c induce que las unidades de las coordenadas sean todas espaciales. Por otro lado, al observador en movimiento por el eje X lo identificamos con otro sistema de referencia $\mathcal{R}'$ en el que se mide $s' = (ct', x', y', z')$. La transformación de Lorentz (1) corresponde a la relación lineal (como siempre en álgebra lineal, suponemos que los vectores son columna):

$$s' = Ls \qquad \text{con} \quad L = \begin{pmatrix} M & O \\ O & I \end{pmatrix} \quad \text{donde} \quad M = \gamma \begin{pmatrix} 1 & -v/c \\ -v/c & 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

y O, I son las matrices 2×2 cero e identidad.

1) Calcula L^{-1} e interpreta el resultado físicamente.

La mecánica relativista se expresa de una forma sugestiva en términos de cuadrivectores. Por ejemplo, lo que en la mecánica newtoniana es el momento lineal, pasa a ser el cuadrimomento que para una partícula con velocidad constante $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ viene dado por $p = m\gamma(c, v_x, v_y, v_z)$. La primera coordenada corresponde a E/c con E la energía y en el caso $\vec{v} = \vec{0}$ lleva a $E = mc^2$. Es el cuadrimomento, en vez del momento, el que se conserva y esta conservación deja abierta la posibilidad a algún tipo de proceso en el que toda la masa se convierta en energía.

En el contexto del electromagnetismo, la asimilación del espacio y el tiempo lleva a considerar que el potencial escalar y el potencial vector son parte de un mismo cuadripotencial

$$A = (\phi, \vec{A}).$$

En perfecta analogía con (2), se tiene que si $\mathcal{R}$ mide un cuadripotencial A, entonces $\mathcal{R}'$ medirá un cuadripotencial LA con L como en (2). En general A depende de t, x, y, z, es decir, $A = A(s)$ mientras que $\mathcal{R}'$ querrá tener el resultado en términos de sus mediciones, con lo cual, en términos prácticos, la transformación del cuadripotencial de un observador a otro es

$$A(s) \longmapsto A'(s') = LA(L^{-1}s'). \tag{3}$$

Como entrenamiento para la invariancia de las ecuaciones de Maxwell, veamos primero un ejercicio que captura todo el argumento.

2) Sea $u = u(t,x)$ una solución de la ecuación de ondas $c^2 u_{xx} - u_{tt} = 0$. Demuestra que $w(t',x') = u(t,x)$ con (t,x) y (t',x') relacionados mediante (1) satisface $c^2 w_{x'x'} - w_{t't'} = 0$. Es decir, la transformación de Lorentz (1) preserva la ecuación de ondas.

Ahora recuerda que con el *gauge* de Lorentz, las ecuaciones de Maxwell equivalían a ecuaciones de ondas en los potenciales, por tanto a $\Box A = 0$ con $\Box$ el operador de d'Alembert.

3) Explica por qué la transformación de Lorentz (1) preserva el *gauge* de Lorentz y usa el ejercicio anterior para deducir que $\Box A = 0$ implica $\Box A' = 0$. Es decir, en este sentido, las ecuaciones de Maxwell son invariantes por las transformaciones de Lorentz. Indicación: Introduciendo la variable $T = ct$ se tiene que el *gauge* de Lorentz equivale a que la matriz jacobiana de $A(T,x,y,z)$ tenga traza nula.

2. El campo eléctrico de una carga en movimiento.

Para ilustrar la situación, vamos a analizar qué ocurre con la ley de Coulomb para una carga que según las mediciones de $\mathcal{R}$ se mueve con una velocidad constante v por el eje X. Es decir, la carga estaría quieta para $\mathcal{R}'$ y entonces se tiene por la ley de Coulomb

$$\vec{E}' = q\frac{\vec{r}\,'}{\|\vec{r}\,'\|^3} \qquad \text{con} \quad \vec{r}\,' = (x',y',z').$$

Ingenuamente, podríamos pensar que el observador $\mathcal{R}$ ve la ley de Coulomb a velocidad constante, es decir, el campo eléctrico

$$\vec{E}_f = q\frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|^3} \qquad \text{con} \quad \vec{r} = (x-vt,y,z).$$

Sin embargo, esto no es cierto, el subíndice f es de "falso".

4) Muestra que esta fórmula sería incompatible con las ecuaciones de Maxwell. Indicación: La carga debe generar un campo magnético variable con el tiempo y $\nabla \times \vec{E}_f = \vec{0}$.

La fórmula correcta, que vamos a demostrar, es

$$\vec{E} = \frac{q\gamma^{-2}\vec{r}}{\big(\|\vec{r}\|^2 - v^2(y^2+z^2)/c^2\big)^{3/2}} \tag{4}$$

donde $\vec{r} = (x-vt,y,z)$, como antes. Fíjate que para velocidades normales, cuando v es pequeña en comparación con c, y estamos separados de la singularidad $\vec{r} = \vec{0}$, la diferencia entre $\vec{E}$ y $\vec{E}_f$ es inapreciable.

5) Para entender la geometría subyacente, compara la fórmula correcta con la incorrecta hallando el máximo y el mínimo de $\|\vec{E}\|/\|\vec{E}_f\|$. Deduce que el campo se reduce en la dirección de movimiento con respecto a la ley de Coulomb.

6) El cuadripotencial para $\mathcal{R}'$ es $(q\|\vec{r}\,'\|^{-1}, 0, 0, 0)$. Deduce el cuadripotencial A para $\mathcal{R}$ usando (3). Una vez calculado, tendrás el potencial escalar y el potencial vector que mide $\mathcal{R}$. Halla $\vec{E}$ a partir de ellos para obtener (4).

Si hallásemos también $\vec{B}$, veríamos que es no nulo. El hecho de que su cálculo requiera un transformación de Lorentz permite interpretar el magnetismo, al menos en esta situación, como un efecto relativista. Este punto está desarrollado en [6, §5.4].

Se puede demostrar que, en general, $\vec{E}$ y $\vec{B}$ se transforman aproximadamente por medio de las fórmulas $\vec{E}' = \vec{E} + c^{-1}\vec{v} \times \vec{B}$ y $\vec{B}' = \vec{B} - c^{-1}\vec{v} \times \vec{E}$ y el problema del conductor y del imán móvil [9] está relacionado con que si estas expresiones fueran exactas no se cumplirían las ecuaciones de Maxwell [3, §1.1].

3. La relatividad desde el electromagnetismo.

Está claro que algo hay en la ecuaciones de Maxwell a partir de lo que Lorentz dedujo (1), aunque él no creyera en que representaran una transformación real (física) de las coordenadas. Desconozco el razonamiento original, a pesar de que varias veces lo he buscado. Aquí seguiré más o menos [4]. No es una demostración a los ojos de un matemático, pero muy convincente para cualquier físico. Si quieres saber cómo procedió Einstein utilizando solo la constancia de la velocidad de la luz, aparte de mirar su artículo [5] (traducido en [7]), lo explico con detalle en [3, §1.2].

Antes de comenzar, nos vamos a quedar con una versión mínima de las ecuaciones de Maxwell para no perdernos con el número de coordenadas.

7) Muestra que para campos electromagnéticos de la forma $\vec{E} = \big(0, E(x,t), 0\big)$ y $\vec{B} = \big(0, 0, B(x,t)\big)$, las cuatro ecuaciones de Maxwell se reducen a

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{1}{c}\frac{\partial B}{\partial t} \qquad \text{y} \qquad \frac{\partial B}{\partial x} = -\frac{1}{c}\frac{\partial E}{\partial t}. \tag{5}$$

De alguna forma estas son las ecuaciones de Maxwell para campos electromagnéticos unidimensionales.

La ley de inercia (si no hay fuerzas, los movimientos son rectilíneos uniformes) sugiere que las transformaciones buscadas entre las mediciones de t y x para $\mathcal{R}$ y $\mathcal{R}'$ son lineales (en [8] hay una discusión detallada sobre la linealidad):

$$x' = Ax + Bt, \qquad t' = Cx + Dt.$$

Aunque todo lo que no sea $C = 0$ y $D = 1$ choque con nuestra intuición, seguimos adelante. Como $\mathcal{R}'$ va a velocidad v, al sustituir $x = vt$ debe obtenerse $x' = 0$. Por otro lado, para $\mathcal{R}'$ la velocidad de $\mathcal{R}$ es $-v$ por tanto $x' = -vt'$ debe corresponder a $x = 0$. Con esto se deduce

$$x' = Ax - Avt, \qquad t' = Cx + At.$$

Si $\mathcal{R}'$ marcase dos puntos x_1' y x_2' entonces $\mathcal{R}$ mediría en un instante fijado una separación de $x_2 - x_1$ donde él ve $A(x_2 - x_1)$. Es de suponer que esto es recíproco, el efecto es relativo. Por tanto imponemos que al despejar x en función de x' y t' el coeficiente de x' sea A. Haciendo el cálculo, las transformaciones buscadas quedan caracterizadas salvo determinar el parámetro A, al que siguiendo la tradición física renombraremos como γ, por supuesto todavía no sabemos que este sea el γ de (1). El resultado es:

$$x' = \gamma x - \gamma v t, \qquad t' = \frac{1-\gamma^2}{\gamma v} x + \gamma t.$$

Por la regla de la cadena, haciendo este cambio en (5) se obtiene:

$$\gamma \frac{\partial E}{\partial x'} + \frac{1-\gamma^2}{\gamma v} \frac{\partial E}{\partial t'} = \frac{\gamma v}{c} \frac{\partial B}{\partial x'} - \frac{\gamma}{c} \frac{\partial B}{\partial t'} \qquad \text{y} \qquad \gamma \frac{\partial B}{\partial x'} + \frac{1-\gamma^2}{\gamma v} \frac{\partial B}{\partial t'} = \frac{\gamma v}{c} \frac{\partial E}{\partial x'} - \frac{\gamma}{c} \frac{\partial E}{\partial t'}.$$

Agrupando los términos con $\partial x'$ y con $\partial t'$, se sigue

$$\frac{\partial}{\partial x'}\Big(\gamma E - \frac{\gamma v}{c} B\Big) = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t'}\Big(\gamma B + \frac{c - c\gamma^2}{\gamma v} E\Big), \quad \frac{\partial}{\partial x'}\Big(\gamma B - \frac{\gamma v}{c} E\Big) = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t'}\Big(\gamma E + \frac{c - c\gamma^2}{\gamma v} B\Big).$$

Si queremos que (5) se cumpla también para el observador $\mathcal{R}'$ parece que deberíamos tener $E' = \gamma E - \gamma v c^{-1} B$ y $B' = \gamma B - \gamma v c^{-1} E$, lo cual es coherente con $\gamma \to 1$ cuando $v \to 0$ para que la transformación tienda a la identidad, pero los segundos miembros solo cuadran con los primeros si $-\gamma v c^{-1} = (c - c\gamma^2)\gamma^{-1} v^{-1}$, es decir, si $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ (el signo + es por lo de $v \to 0$). Con esto hemos llegado a (1) a partir de la invariancia de las ecuaciones de Maxwell.

8) Redacta con tus palabras la deducción anterior completando todas las cuentas que no he escrito. Puedes mirar [4], pero dudo que te ayude porque allí hay menos explicaciones.

4. Las transformaciones desde la fuerza de Lorentz.

Recientemente ha aparecido el *preprint* [10] que me ha resultado curioso. Esencialmente muestra que solo con la fuerza de Lorentz sobre cargas y monopolos es posible deducir las transformaciones de $\vec{E}$ y $\vec{B}$ e incluso las propias transformaciones de Lorentz. A pesar de que es muy breve, poco más de tres páginas, y muy matemático, en el sentido de riguroso, solo veremos aquí una parte (de hecho, confieso que hay unos párrafos que no entiendo).

Aunque hasta la fecha no se han encontrado monopolos magnéticos, uno puede suponer que los hay para dar una mayor simetría a las ecuaciones de Maxwell o al electromagnetismo en general. Incluso si no lo reflejas en tu trabajo, te recomiendo que des un vistazo a [2, §8] para entrar en situación. En este contexto hay una fuerza de Lorentz sobre cargas eléctricas y otra sobre cargas magnéticas (monopolos). Concretamente,

$$\vec{F}_e = q(\vec{E} + c^{-1}\vec{v} \times \vec{B}) \qquad \text{y} \qquad \vec{F}_m = q_m(\vec{B} - c^{-1}\vec{v} \times \vec{E})$$

donde q es la carga y q_m es la carga magnética. Tomemos estas fórmulas como punto de partida, dándolas por supuestas. Podemos considerar que la primera es fruto de los resultados de los experimentos y la segunda una abstracción de ellos.

Es bien conocido que una carga eléctrica con velocidad constante sometida a un campo magnético constante adquiere una trayectoria circular. Si el siguiente ejercicio supera tus conocimientos de mecánica newtoniana, mira alguna referencia, como [1], o pídeme ayuda.

9) Si una carga q de masa m es lanzada desde el origen con velocidad $\vec{v} = (v, 0, 0)$ bajo la acción de un campo magnético $\vec{B} = (0, 0, B)$ (con $\vec{E} = \vec{0}$), halla el radio de la circunferencia que describe en el plano XY. A este radio se le llama *radio de Larmor* o *girorradio*.

Podríamos compensar la desviación de la carga con un campo eléctrico $\vec{E} = (0, E, 0)$ de forma que no haya fuerza neta y que sea posible que la carga siga una trayectoria rectilínea con cierta velocidad v_e "de deriva" (*drift velocity* en [10]) constante. En todo esto suponemos que la carga es una carga de prueba, que genera un campo insignificante que no perturba los campos externos.

10) Explica por qué las velocidades de deriva para cargas eléctricas y magnéticas vienen dadas por $v_e = cE/B$ y $v_m = cB/E$.

Suponemos ahora que el observador $\mathcal{R}'$ ve estos experimentos y mide unos campos magnéticos E' y B' que dependen linealmente de las mediciones hechas por $\mathcal{R}$. Es decir,

$$E' = a_{11}E + a_{12}B, \qquad B' = a_{21}E + a_{22}B.$$

Elijamos valores de E y B tales que $v_e = v$, la velocidad relativa de $\mathcal{R}'$ con respecto de $\mathcal{R}$. Entonces $\mathcal{R}'$ debe medir $E' = 0$ porque para este observador la carga está quieta y por tanto ningún campo eléctrico está actuando sobre ella. Con otras elecciones y procediendo de manera análoga con la carga magnética, si $v_m = v$ el observador $\mathcal{R}'$ debe medir $B' = 0$.

11) Explica por qué el razonamiento anterior lleva a $a_{12}/a_{11} = -v/c = a_{21}/a_{22}$.

Si ahora escogemos E y B genéricos de modo que la velocidad de deriva sea V, no necesariamente igual a v, el observador $\mathcal{R}'$ medirá cierta velocidad de deriva V'. Si procedemos de forma similar con cargas magnéticas y hacemos que la velocidad de deriva magnética sea V, de nuevo $\mathcal{R}'$ medirá V', porque las mediciones no dependen de cómo se haya generado el movimiento.

12) Muestra que de lo anterior se deduce

$$\frac{V'}{c} = \frac{a_{11}E + a_{12}B}{a_{21}E + a_{22}B} = \frac{a_{11}c}{a_{22}}\frac{V - v}{c^2 - Vv} \quad \text{y} \quad \frac{V'}{c} = \frac{a_{21}E + a_{22}B}{a_{11}E + a_{12}B} = \frac{a_{22}c}{a_{11}}\frac{V - v}{c^2 - Vv},$$

lo cual implica $a_{11}^2 = a_{22}^2$ y pensando en el caso $v \to 0$, se sigue $a_{11} = a_{22}$.

Aquí va un pequeño desvío de dos ejercicios breves relacionados con que no se pueda alcanzar la velocidad de la luz. Decide si lo incluyes parcial o totalmente en tu trabajo.

13) Definamos la operación

$$v_1 \oplus v_2 = \frac{v_1 + v_2}{1 + v_1 v_2/c^2}.$$

Comprueba que la relación entre v, V y V' del ejercicio anterior se puede escribir como $V' = (-v) \oplus V$ y, a partir de ello, explica por qué el valor de $v_1 \oplus v_2$ indica la velocidad medida por un observador en reposo cuando ve que otro a velocidad v_1 lanza un objeto a velocidad v_2. Esta es la *ley de adición de velocidades*, una fórmula importante en relatividad.

14) Dando por supuesta la asociativa, comprueba que el intervalo $(-c, c)$ adquiere una estructura de grupo abeliano con la operación $\oplus$. En particular es operación interna y por tanto "sumando" velocidades menores que c nunca llegaremos a c. La asociativa es un poco aburrida de comprobar sin un truco para deducirla rápido.

Volviendo al tema que nos ocupaba, la información obtenida hasta ahora se resume en

$$\begin{pmatrix} E' \\ B' \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} E \\ B \end{pmatrix} \qquad \text{con} \quad M = a \begin{pmatrix} 1 & -v/c \\ -v/c & 1 \end{pmatrix}.$$

Por razones de simetría que no analizaremos [10], se tiene que a debe ser una función par de la velocidad relativa v. Por otro lado, como para $\mathcal{R}'$ el observador $\mathcal{R}$ se mueve con velocidad $-v$, debería cumplirse que M^{-1} es lo mismo que M cambiando v por $-v$.

15) Deduce de estos dos ingredientes que $a = \gamma$, es decir M es como en (2). Al igual que antes, el signo se deduce considerando $v \to 0$.

La conclusión final de todo lo hecho es que en esta situación simplificada los campos electromagnéticos se transforman como el espacio-tiempo en la relatividad especial y para ello no ha hecho falta ni el cuadripotencial ni siquiera las ecuaciones de Maxwell. Desde la situación simplificada es posible inferir la ley general de transformación utilizando hipótesis naturales desde el punto de vista físico.

Para conectar con el primer punto, un posible cuadripotencial que representa la situación simplificada es

$$A = (-Ey, -By, 0, 0)$$

porque

$$-\nabla(-Ey) = (0, E, 0) \qquad \text{y} \qquad \nabla \times (-By, 0, 0) = (0, 0, B).$$

Al calcular LA se obtiene

$$A' = \gamma(-Ey' + c^{-1}vBy', c^{-1}vEy' - By', 0, 0), \qquad \text{recordando que } y = y'.$$

De ello se deducen E' y B' en términos de E y B con el mismo resultado obtenido aquí. Si lo deseas, puedes añadir algún comentario en este sentido en tu trabajo.

Tarea a entregar. Combina los ejercicios anteriores para obtener el capítulo 3 de tu trabajo bajo el título "Electromagnetismo y relatividad" o cualquier otro que consideres adecuado. Como ves, esta hoja me ha quedado bastante larga, sobre todo porque he añadido muchas explicaciones con palabras. Decide cuánto de esas explicaciones quieres añadir para contextualizar las soluciones de los ejercicios. Te dejo libertad en cuanto a la extensión, pero intenta sintetizar omitiendo cálculos mecánicos. En algún momento decidiremos si quitamos alguno de los dos capítulos restantes del proyecto inicial. Mi idea actual es juntarlos en uno solo.

Referencias

[1] M. Alonso and E. J. Finn. *Fundamental University Physics: Fields and waves.* Addison-Wesley series in physics. Addison-Wesley, 1967.

[2] F. Chamizo. Las ecuaciones de Maxwell en plan fácil. `http://www.uam.es/fernando.chamizo/physics/physics.html`, 2016.

[3] F. Chamizo. Seminario 2001: Una odisea en el espacio-tiempo. `http://www.uam.es/fernando.chamizo/libreria/fich/APseminario02.pdf`, 2016.

[4] D. J. Dunstan. Derivation of special relativity from Maxwell and Newton. *Philos. Trans. R. Soc. Lond. Ser. A Math. Phys. Eng. Sci.*, 366(1871):1861–1865, 2008.

[5] A. Einstein. Zur Elektrodynamik bewegter Körper. *Annalen der Physik*, 17:891–921, 1905.

[6] T. A. Garrity. *Electricity and magnetism for mathematicians.* Cambridge University Press, New York, 2015. A guided path from Maxwell's equations to Yang-Mills.

[7] H. A. Lorentz, A. Einstein, H. Minkowski, and H. Weyl. *The principle of relativity.* A collection of original memoirs on the special and general theory of relativity. Dover Publications Inc., New York, N. Y., 1952.

[8] F. Verheest. On the linearity of the generalized Lorentz transformation. *Amer. J. Phys.*, 90(6):425–429, 2022.

[9] Wikipedia contributors. Moving magnet and conductor problem — Wikipedia, the free encyclopedia. `https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Moving_magnet_and_conductor_problem&oldid=1126883063`, 2022. [Online; accessed 29-December-2022].

[10] C. Wu. An electromagnetic way to derive basic relativistic transformations. arXiv:2209.07466 [physics.gen-ph], 2022.