

TOPOLOGIA (Matemáticas) , Examen Final , Junio 2004

Apellidos, nombre

Grupo

1. (a) Demostrar que $d(x, y) = \min\{|x - y|, 1\}$ define una distancia en \mathbb{R} .
(b) Comparar la topología generada por d con la topología usual.
2. Demostrar brevemente o dar un contraejemplo, según convenga:
 - a) Si Y no es conexo y $f : X \rightarrow Y$ es continua y sobre entonces X no es conexo.
 - b) Si $f : X \rightarrow S^1$ es continua y sobre entonces X es compacto.
 - c) Si $A \subset \mathbb{R}$ no es vacío pero tiene interior vacío, entonces A no puede ser conexo.
 - d) Todo subconjunto de \mathbb{R} con la topología cofinita es compacto.
3. Estudiar si son homeomorfos los siguientes espacios:
 $A = [0, 1)$ $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x \leq 1, y = \sin \frac{1}{x}\}$ $C = S^1$ $D = S^1 \times S^1$
4. Decidir si es conexo el siguiente conjunto:
 $\{(1/n, t) : n \in \mathbb{Z}, t \in [-1, 1]\} \cup \{(t, 1) : -1 \leq t < 0\} \cup \{(s, -1) : 0 < s \leq 1\} \cup \{(0, 0)\}$