

---

**MODELO A**

- 1) Demostrar que si  $\alpha$  es irracional entonces existe  $n \in \mathbb{Z}^+$  tal que la parte fraccionaria de  $n\alpha$  tiene un 3 en el lugar 1000.
  - 2) Probar que la fracción continua de  $2 + \sqrt{5}$  es  $[4, 4, 4, 4, 4, \dots]$ .
  - 3) Calcular el número de soluciones enteras de  $x^2 + 22y^2 = 23^{10}$ .
  - 4) Sean los puntos  $P = (0, 0)$  y  $Q = (1, 0)$  en la curva elíptica  $y^2 = x^3 - x$ . Calcular  $101P + 49Q$ .
- 

**MODELO B**

- 1) Calcular el número de soluciones enteras de  $x^2 + 30y^2 = 31^{10}$ .
  - 2) Probar que la fracción continua de  $1 + \sqrt{2}$  es  $[2, 2, 2, 2, 2, \dots]$ .
  - 3) Demostrar que si  $\alpha$  es irracional entonces existe  $n \in \mathbb{Z}^+$  tal que la parte fraccionaria de  $n\alpha$  tiene un 3 en el lugar 1000.
  - 4) Sean los puntos  $P = (0, 0)$  y  $Q = (1, 0)$  en la curva elíptica  $y^2 = x^3 - x$ . Calcular  $101P + 49Q$ .
- 

**MODELO A**

- 1) Demostrar que si  $\alpha$  es irracional entonces existe  $n \in \mathbb{Z}^+$  tal que la parte fraccionaria de  $n\alpha$  tiene un 3 en el lugar 1000.
  - 2) Probar que la fracción continua de  $2 + \sqrt{5}$  es  $[4, 4, 4, 4, 4, \dots]$ .
  - 3) Calcular el número de soluciones enteras de  $x^2 + 22y^2 = 23^{10}$ .
  - 4) Sean los puntos  $P = (0, 0)$  y  $Q = (1, 0)$  en la curva elíptica  $y^2 = x^3 - x$ . Calcular  $101P + 49Q$ .
- 

**MODELO B**

- 1) Calcular el número de soluciones enteras de  $x^2 + 30y^2 = 31^{10}$ .
  - 2) Probar que la fracción continua de  $1 + \sqrt{2}$  es  $[2, 2, 2, 2, 2, \dots]$ .
  - 3) Demostrar que si  $\alpha$  es irracional entonces existe  $n \in \mathbb{Z}^+$  tal que la parte fraccionaria de  $n\alpha$  tiene un 3 en el lugar 1000.
  - 4) Sean los puntos  $P = (0, 0)$  y  $Q = (1, 0)$  en la curva elíptica  $y^2 = x^3 - x$ . Calcular  $101P + 49Q$ .
-

**Nombre y apellidos**.....

**DNI:** \_ \_ \_ \_ \_

1) Probar que la fracción continua de la razón áurea  $(1 + \sqrt{5})/2$  es  $[1, 1, 1, 1, 1, \dots]$ .

2) Calcular el número de soluciones enteras de  $x^2 + 33y^2 = 37^{100}$ .

**3)** Demostrar que el número de fracciones de Farey de orden  $N$  viene dado por la fórmula  $1 + \sum_{n=1}^N \phi(n)$ .

**4)** Comprobar que  $(3 + 2\sqrt{2})^n$ ,  $n \in \mathbb{Z}^+$ , son unidades distintas en  $\mathbb{Z}[\sqrt{2}]$  y utilizarlas para demostrar que  $x^2 - 2y^2 = 1$  tiene infinitas soluciones enteras.