Examen de Matemática Discreta.
6 de febrero de 1998.

Nombre y apellidos

☐ Inicial del primer apellido

Calificación: ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

1) Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, razonando el porqué.

(a) (0.5 puntos) Si $\{F_n\}$ es la sucesión de Fibonacci, entonces $F_{n+2} = 2F_n + F_{n-1}$.

(b) (0.5 puntos) Con la notación habitual de $S(n,k)$ para los números de Stirling,

$$\frac{1}{300}S(1000,300) > S(999,300)$$

.

(c) (0.5 puntos) Si G y G' son dos grafos tales que $V(G) = V(G')$ y $A(G) \subseteq A(G')$, entonces $\chi(G) \geq \chi(G')$.

(d) (0.5 puntos) Si G es un grafo conexo con $\chi(G) = 2$, entonces G es un árbol.

(e) (0.5 puntos) Si efectuamos tres lanzamientos de un dado, la probabilidad de obtener al menos un 5 es

$$1 - \left(\frac{1}{6}\right)^3.$$

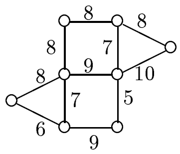
2) Una baraja de 40 cartas tiene 4 palos, cada uno de los cuales consta de 10 cartas numeradas. Se extraen ordenadamente 5 de ellas. Calcular las siguientes probabilidades:

(a) (0.5 puntos) Probabilidad de que todas sean pares.

(b) (1 punto) Probabilidad de que ni la 1^a tenga el mismo número que la 2^a, ni la 2^a el mismo que la 3^a.

(c) (1 punto) Probabillidad de que sumen 7.

3) Considérese el siguiente grafo con pesos G:



(a) (1.5 puntos) Calcular $\chi(G)$ y $P_G(x)$.

(b) (1 punto) Explicar por qué todos los árboles abarcadores de G tienen 7 aristas y hallar el de peso mínimo.

4) (2.5 puntos) Se contrata con una cierta entidad aseguradora un plan de pensiones en las siguientes condiciones: el primer mes, aportamos 1.000 pesetas; cada mes siguiente, se dobla la aportación (esto es, el segundo mes ingresaremos 2.000, el tercero 4.000, etc.). Además, la entidad ingresará mensualmente 1.000 pesetas. Calcular la cantidad de dinero que tendremos acumulado tras 2 años de permanencia en el plan.

El siguiente ejercicio es opcional. Su dificultad es superior al resto de los ejercicios del examen y sóolo debería ser intentado por las persones que desearan optar a matrícula de honor.

5) Consideremos la función

$$f(x) = \frac{x + x^{11} + x^{111}}{(x+1)^5 + (11x+2)^4 + (111x+3)^3 - 45}.$$

Calcular el valor de

$$\text{Sen}\left(\frac{\pi f^{23)}(0)}{625}\right)$$

.