1. Calcular la ecuación de la recta tangente a $f(x) = \int_0^{x+1} te^{t^2} dt$ en $x = 0$

A) $y = e^2 x$ **B)** $y = e\,x + e$ **C)** $y = e\,x + 1$ **D)** $y = e\,x + (e-1)/2$ **E)** $y - 1 = e(x - e^2)$

2. El área limitada por las curvas $x = y - y^2$, $4x - y = 0$ es:

A) $5/63$ **B)** $9/128$ **C)** $15/14$ **D)** 6 **E)** 2

3. En el plano, la ecuación $4x^2 - 16x + 9y^2 = 20$

A) Describe una elipse de centro $(2, 0)$ y semiejes 3 y 2.
B) Describe una hipérbola de centro $(2, 0)$ y semiejes 3 y 2.
C) No se satisface para ningún punto y describe el conjunto vacío.
D) Describe una parábola de foco $(2, 0)$ y directriz $x = 4$
E) Describe una elipse de centro $(1, 3)$ y semiejes 3 y 2.

4. Sea f una función derivable en todo $\mathbb{R}$ que corta a la gráfica de $g(x) = x + 1$ en los puntos cuya coordenada x es respectivamente $x = 2$, $x = 3$. Entonces

A) La función $f(x)$ tiene a lo más un máximo entre 2 y 3.
B) La función $f(x)$ no se anula entre 2 y 3.
C) $f(x)$ es creciente entre 2 y 3.
D) $f'(x)$ tiene algún cero entre 2 y 3.
E) $f'(x)$ vale 1 en algún punto entre 2 y 3.

5. Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} -\operatorname{sen} x & \text{si } x < -\pi \\ \operatorname{sen}|x| & \text{si } |x| \leq \pi \\ -x + \pi & \text{si } \pi < x \leq 2\pi \\ 1 & \text{si } x > 2\pi \end{cases}$$

entonces

A) f es continua en todo punto excepto en $x = 2\pi$ y derivable excepto en $x = 2\pi$.
B) f es derivable en todo punto excepto en el origen y en $x = 2\pi$.
C) f es derivable en todo punto excepto en el origen, en $x = \pi$ y en $x = 2\pi$.
D) f no es continua en $x = 2\pi$ y es derivable en el origen.
E) f es derivable en todo punto donde está definida.

(continúa en la otra cara)

6. El valor de los siguientes límites

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2+5x-6}{x^3-2x+1}, \qquad \lim_{x\to 0}(1+\operatorname{sen} x)^{1/x}, \qquad \lim_{x\to\pi/2^+}\frac{\log\left(x-\frac{\pi}{2}\right)}{\tan x}$$

es, respectivamente:

A) $7,\ e,\ 1$ **B)** $1,\ \infty,\ 0$ **C)** $3,\ \infty,\ -1$ **D)** $3,\ 2e,\ 1$
E) $7,\ e,\ 0$

7. Dada la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n+1}}{3^{n-1}}$, señalar la respuesta correcta:

A) Converge y su suma es 4 **B)** Converge y su suma es 12.
C) No converge pero su suma es cero. **D)** No se puede sumar porque diverge.
E) Converge y su suma es 8.

8. Dada la función $f(x,y)=x^2+e^y-y$

A) Alcanza un máximo en $(0,0)$. **B)** Alcanza un máximo en $(1,2)$.
C) Alcanza un mínimo en $(0,0)$. **D)** Alcanza un mínimo en $(1,2)$.
E) Alcanza un punto de silla en $(0,0)$.

9. Hallar el plano tangente a la superficie $x^2+y^2-z^2=0$ en el punto $(3,4,5)$.

A) $3x-2y-1=0$ **B)** $x+2y-2z-2=0$ **C)** $3x+4y-5z=0$
D) $3x-y-5=0$ **E)** $2x+y-z-5=0$

10. Calcular la integral doble

$$\iint_D (1-x^2-y^2)\,dx\,dy$$

donde D es el disco de centro el origen y radio uno.

A) π **B)** 3π **C)** 0 **D)** 2 **E)** $\pi/2$

1. Calcular la ecuación de la recta tangente a $f(x) = \int_0^{x+2} te^{t^2} dt$ en $x = -1$

A) $y = e(x+1) + e$ **B)** $y = e(x+1) + 1$ **C)** $y = e(x+1) + (e-1)/2$
D) $y - 1 = e(x - e^2)$ **E)** $y = e^2(x+1)$

2. El área limitada por las curvas $4x = 4y - y^2$, $4x - y = 0$ es:

A) $9/8$ **B)** $5/3$ **C)** $2/5$ **D)** 5 **E)** 3

3. En el plano, la ecuación $x^2 - 6x + y^2 - 4y + 14 = 0$

A) Describe una elipse de centro $(3, 2)$ y semiejes 1 y 1.
B) Describe una hipérbola de centro $(3, 2)$ y semiejes 1 y 1.
C) No se satisface para ningún punto y describe el conjunto vacío.
D) Describe una parábola de foco $(3, 2)$ y directriz $x = 0$
E) Describe una elipse de centro $(2, 3)$ y semiejes 6 y 4.

4. Sea f una función derivable en todo $\mathbb{R}$ que corta a la gráfica de $g(x) = 3x + 7$ en los puntos cuya coordenada x es respectivamente $x = 3$, $x = 4$. Entonces

A) $f(x)$ es creciente entre 3 y 4.
B) $f'(x)$ vale 3 en algún punto entre 3 y 4.
C) $f(x)$ es decreciente entre 3 y 4.
D) $f(x)$ es positiva entre 3 y 4.
E) $f(x)$ tiene a lo más un mínimo entre 3 y 4.

5. Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} -\operatorname{sen} x & \text{si } x < -\pi/2 \\ \operatorname{sen} |x| & \text{si } |x| \leq \pi/2 \\ 1 & \text{si } \pi/2 < x \leq \pi \\ x + 1 & \text{si } x > \pi \end{cases}$$

entonces

A) f no es continua en $x = \pi$ y no es derivable en $x = \pi/2$.
B) f es derivable en todo punto donde está definida excepto en $x = \pi$.
C) f no es continua en $x = \pi$ y es derivable en el origen.
D) f es derivable en todo punto excepto en $x = 0$, $x = \pi/2$ y $x = \pi$.
E) f es derivable en todo punto excepto en $x = 0$ y en $x = \pi$.

(continúa en la otra cara)

6. El valor de los siguientes límites

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2+6x-7}{x^3-x}, \qquad \lim_{x\to 0}(1+2\operatorname{sen} x)^{1/x}, \qquad \lim_{x\to 0^+} \frac{\log x}{\tan\left(x-\frac{\pi}{2}\right)}$$

es, respectivamente:

A) $4,\ e^2,\ 0$ **B)** $4,\ e^2,\ 1$ **C)** $0,\ \infty,\ 0$ **D)** $4,\ 0,\ -1$ **E)** $0,\ 2e,\ 0$

7. Dada la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+2}}{3^{n-1}}$, señalar la respuesta correcta:

A) No converge pero su suma es cero. **B)** Converge y su suma es 8. **C)** Converge y su suma es 24. **D)** Converge y su suma es 16 **E)** No se puede sumar porque diverge.

8. Dada la función $f(x, y) = 2x^2 + 3e^y - 3y$

A) Alcanza un máximo en $(1, 2)$. **B)** Alcanza un mínimo en $(0, 0)$. **C)** Alcanza un punto de silla en $(0, 0)$. **D)** Alcanza un mínimo en $(1, 2)$. **E)** Alcanza un máximo en $(0, 0)$.

9. Hallar el plano tangente a la superficie $2x^2 + 2y^2 - z^2 = 0$ en el punto $(1, 1, 2)$.

A) $x + y - 2z + 2 = 0$ **B)** $x + y - z = 0$ **C)** $x - y + z - 2 = 0$ **D)** $2x + 2y - z - 3 = 0$ **E)** $4x + 4y - z - 6 = 0$

10. Calcular la integral doble

$$\iint_D (2 - x^2 - y^2)\,dxdy$$

donde D es el disco de centro el origen y radio uno.

A) 3π **B)** $3\pi/2$ **C)** 4 **D)** 0 **E)** 5π

1. Calcular la ecuación de la recta tangente a $f(x) = \int_0^{x+3} te^{t^2}\,dt$ en $x = -2$

A) $y = e(x+2) + e$ **B)** $y = e(x+2) + 1$ **C)** $y = e(x+2) + (e-1)/2$ **D)** $y - 1 = e(x - e^2)$ **E)** $y = e^2(x+2)$

2. El área limitada por las curvas $x = y - y^2$, $3x - y = 0$ es:

A) $125/13$ **B)** 7 **C)** $4/81$ **D)** 5 **E)** 3

3. Sea f una función derivable en todo $\mathbb{R}$ que corta a la gráfica de $g(x) = 5 - x$ en los puntos cuya coordenada x es respectivamente $x = 0$, $x = 1$. Entonces

A) $f'(x)$ vale -1 en algún punto entre 0 y 1.
B) $f(x)$ tiene a lo más un máximo entre 0 y 1.
C) $f(x)$ es creciente entre 0 y 1.
D) $f(x)$ no se anula entre 0 y 1.
E) $f(x)$ es negativa entre 0 y 1.

4. En el plano, la ecuación $8y + 2x - x^2 - 2y^2 - 5 = 0$

A) Describe una hipérbola de centro $(1,2)$ y semiejes 2 y $\sqrt{2}$.
B) Describe una parábola de foco $(1,2)$ y directriz $x = 2$
C) No se satisface para ningún punto y describe el conjunto vacío.
D) Describe una elipse de centro $(1,2)$ y semiejes 2 y $\sqrt{2}$.
E) Describe una hipérbola de centro $(2,-1)$ y semiejes 2 y $\sqrt{2}$.

5. Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x < -\pi \\ 1 & \text{si } -\pi \le x < -\pi/2 \\ \operatorname{sen}|x| & \text{si } |x| \le \pi/2 \\ \operatorname{sen} x & \text{si } x > \pi/2 \end{cases}$$

entonces

A) f es derivable en todo punto excepto en $x = 0$ y en $x = -\pi$.
B) f es derivable en todo punto excepto en $x = 0$, $x = -\pi/2$ y $x = -\pi$.
C) f no es continua en $x = -\pi$ y es derivable en el origen.
D) f no es continua en $x = -\pi$ y no es derivable en $x = -\pi/2$.
E) f es derivable en todo punto donde está definida salvo en $x = -\pi$.

(continúa en la otra cara)

6. El valor de los siguientes límites

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2+6x-7}{x^3-2x+1}, \qquad \lim_{x\to 0} \left(1+\operatorname{sen}(2x)\right)^{1/x}, \qquad \lim_{x\to \pi/2^+} \frac{\log(2x-\pi)}{\tan x}$$

es, respectivamente:

A) $8,\ 0,\ -1$ **B)** $8,\ e^2,\ 1$ **C)** $0,\ 2e,\ 0$ **D)** $8,\ e^2,\ 0$
E) $0,\ \infty,\ 0$

7. Dada la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{4^{n-1}}$, señalar la respuesta correcta:

A) Converge y su suma es 36. **B)** No converge pero su suma es cero.
C) Converge y su suma es 9 **D)** No se puede sumar porque diverge.
E) Converge y su suma es 26.

8. Dada la función $f(x,y) = 3x^2 + 2e^y - 2y$

A) Alcanza un mínimo en $(1,2)$. **B)** Alcanza un máximo en $(0,0)$.
C) Alcanza un punto de silla en $(0,0)$. **D)** Alcanza un máximo en $(1,2)$.
E) Alcanza un mínimo en $(0,0)$.

9. Hallar el plano tangente a la superficie $x^2+y^2-2z^2=0$ en el punto $(2,2,2)$.

A) $x+y-2z=0$ **B)** $x+y-z-2=0$ **C)** $2x+2y-z-3=0$
D) $x+y+z-6=0$ **E)** $x+y-4=0$

10. Calcular la integral doble

$$\iint_D (3-x^2-y^2)\,dx\,dy$$

donde D es el disco de centro el origen y radio uno.

A) 10π **B)** 6 **C)** $5\pi/2$ **D)** 5π **E)** 0

1. Calcular la ecuación de la recta tangente a $f(x) = \int_0^{x+4} te^{t^2}dt$ en $x = -3$

A) $y-1 = e(x-e^2)$ **B)** $y = e^2(x+3)$ **C)** $y = e(x+3)+e$ **D)** $y = e(x+3)+1$ **E)** $y = e(x+3)+(e-1)/2$

2. El área limitada por las curvas $16x = 16y - y^2$, $4x - y = 0$ es:

A) 15/17 **B)** 25/13 **C)** 2/3 **D)** 18 **E)** 13

3. En el plano, la ecuación $x^2 - 6x - 8y + 9 = 0$

A) Describe una elipse de centro $(3,0)$ y semiejes 2 y 3.
B) Describe una parábola de foco $(3,2)$ y directriz $y = -2$
C) No se satisface para ningún punto y describe el conjunto vacío.
D) Describe una hipérbola de centro $(3,0)$ y semiejes 3 y 2.
E) Describe una elipse de centro $(0,3)$ y semiejes 2 y 3.

4. Sea f una función derivable en todo $\mathbb{R}$ que corta a la gráfica de $g(x) = 7 - 3x$ en los puntos cuya coordenada x es respectivamente $x = 0$, $x = 2$. Entonces

A) $f(x)$ tiene algún cero entre 0 y 2.
B) $f'(x)$ tiene algún cero entre 0 y 2.
C) $f'(x)$ vale -3 en algún punto entre 0 y 2.
D) $f(x)$ es creciente entre 0 y 2.
E) $f(x)$ es decreciente entre 0 y 2.

5. Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x < -2\pi \\ x+\pi & \text{si } -2\pi \le x < -\pi \\ \operatorname{sen}|x| & \text{si } |x| \le \pi \\ \operatorname{sen} x & \text{si } x > \pi \end{cases}$$

entonces

A) f no es continua en $x = -2\pi$ y es derivable en el origen.
B) f es derivable en todo punto donde está definida.
C) f no es derivable en $x = 0$, $x = -\pi$ y $x = -2\pi$.
D) f es derivable en todo punto excepto en $x = 0$ y $x = -2\pi$.
E) f no es continua en $x = -2\pi$ y no es derivable en $x = -\pi$.

(continúa en la otra cara)

6. El valor de los siguientes límites

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2+8x-9}{x^3-x}, \qquad \lim_{x\to 0} \left(1+3\mathrm{sen}\,(2x)\right)^{1/x}, \qquad \lim_{x\to\ -\pi/2^+} \frac{\log(2x+\pi)}{\tan x}$$

es, respectivamente:

A) $5,\ e^6,\ 1$ **B)** $0,\ 6e,\ 0$ **C)** $5,\ e^6,\ 0$ **D)** $0,\ \infty,\ 0$
E) $5,\ 0,\ -1$

7. Dada la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{4^{n-1}}$, señalar la respuesta correcta:

A) Converge y su suma es 3. **B)** Converge y su suma es 12.
C) No se puede sumar porque diverge. **D)** No converge pero su suma es cero.
E) Converge y su suma es 9

8. Dada la función $f(x,y) = x^2 + 3e^y - 3y$

A) Alcanza un mínimo en $(0,0)$. **B)** Alcanza un máximo en $(0,0)$.
C) Alcanza un punto de silla en $(0,0)$. **D)** Alcanza un mínimo en $(1,2)$.
E) Alcanza un máximo en $(1,2)$.

9. Hallar el plano tangente a la superficie $x^2+2y^2-z^2=0$ en el punto $(1,2,3)$.

A) $2x+8y-3z-9=0$ **B)** $x+4y-3z-3=0$ **C)** $x+4y-3z=0$
D) $2x+4y-3z-1=0$ **E)** $2x+2y-3z+3=0$

10. Calcular la integral doble

$$\iint_D \left(\frac{3}{2} - x^2 - y^2\right) dx dy$$

donde D es el disco de centro el origen y radio uno.

A) π **B)** 0 **C)** 2π **D)** 3 **E)** $\pi/2$

1. El volumen del sólido engendrado por la circunferencia $(x-2)^2+y^2=1$ al girar alrededor del eje Y es:

A) $3\pi^2$ **B)** $4\pi^2$ **C)** π^2 **D)** 4 **E)** $2\pi^2$

2. La cónica $x^2+2y^2+4x-4y=1$ es:

A) Una elipse de centro $(-2,1)$ y semiejes $\sqrt{7}$ y $\sqrt{7/2}$.
B) Una elipse de centro $(-2,1)$ y semiejes 4 y 2.
C) Una hipérbola de centro $(3,4)$ y semiejes $\sqrt{7}$ y $\sqrt{7/2}$.
D) Una hipérbola de centro $(3,1)$ y semiejes 1 y 2.
E) Una parábola de foco $(2,1)$ y directriz $x=0$.

3. Sea $f(x)=\int_0^x(1+t^2)e^{t^2}dt$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

A) La función inversa, f^{-1}, es creciente en todo $\mathbb{R}$.
B) La función f es decreciente en todo $\mathbb{R}$.
C) La función f tiene un mínimo en el origen.
D) La función f es par.
E) La recta tangente a $y=f(x)$ en $x=0$ es $y=2x$.

4. Sea $f(x)=xe^{-x^2}$.

A) f es convexa en $(0,+\infty)$ (cóncava hacia arriba).
B) f no es derivable en $x=0$.
C) Para cada número real c, la ecuación $f(x)=c$ tiene a lo sumo dos raíces.
D) f es decreciente en $(-\infty,0)$.
E) f alcanza un máximo en $\sqrt{2}/2$ pero no está acotada inferiormente.

5. Sabiendo que la función

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+1 & \text{si } 0\le x\le 1 \\ x+3 & \text{si } 1\le x\le 2 \end{cases}$$

es derivable en $x=1$, calcular el valor de $f'(x)$ en $x=1/2$.

A) 1 **B)** 3 **C)** 0 **D)** 5 **E)** 2

(continúa en la otra cara)

6. El valor de los siguientes límites

$$\lim_{x\to 1} \frac{\log x}{\operatorname{sen}(x-1)}, \qquad \lim_{x\to +\infty} \sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}, \qquad \lim_{x\to\infty} \left(\frac{x+3}{x+2}\right)^x$$

es, respectivamente:

A) $1, \ 0, \ e$ **B)** $2, \ \infty, \ e$ **C)** $0, \ \infty, \ 2e$ **D)** $6, \ 0, \ 3e$
E) $1, \ 1, \ e$

7. Estudiar la convergencia de las series

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k+2}{k!}, \qquad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2+1}, \qquad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^3+1}.$$

A) La primera diverge y las otras convergen. **B)** Las tres divergen.
C) La tercera diverge. **D)** Las tres convergen. **E)** La dos primeras divergen y la otra converge.

8. Hallar la derivada direccional de

$$f(x,y) = 5x^2 + 7y^2 - 4x - 6y + 40$$

en el punto (1,1) en la dirección de máximo decrecimiento.

A) 40 **B)** 8 **C)** 30 **D)** 6 **E)** -10

9. La integral de la función $f(x,y) = e^{x^2+y^2}$ sobre el disco unidad es

A) π **B)** e **C)** 3 **D)** 1 **E)** $\pi(e-1)$

10. Hallar el punto de la superficie $2x^2 + xy + y^2 - 2 - z = 0$ en el cual el plano tangente es $4x + y - z - 4 = 0$

A) $(1,2,6)$ **B)** $(1,0,0)$ **C)** $(1,1,2)$ **D)** $(0,0,-2)$
E) $(0,1,-1)$

1. El volumen del sólido engendrado por la circunferencia $(x-3)^2+y^2=4$ al girar alrededor del eje Y es:

A) $5\pi^2$ **B)** $8\pi^2$ **C)** π^2 **D)** $24\pi^2$ **E)** 1

2. La cónica $x^2+2y^2+4x-4y=2$ es:

A) Una elipse de centro $(3,1)$ y semiejes 2 y 3.
B) Una elipse de centro $(-2,1)$ y semiejes $\sqrt{8}$ y 2.
C) Una hipérbola de centro $(-2,1)$ y semiejes 3 y 4.
D) Una hipérbola de centro $(3,2)$ y semiejes 3 y 2.
E) Una parábola de foco $(3,1)$ y directriz $x=1$.

3. Sea $f(x)=\int_0^x (1+t^2)e^{t^2}\,dt$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

A) La recta tangente a $y=f(x)$ en $x=0$ es $y=x$.
B) La función f tiene un máximo en el origen.
C) La función inversa, f^{-1}, es par.
D) La función f es decreciente en todo $\mathbb{R}$.
E) La función f es positiva para todo x.

4. Sea $f(x)=3xe^{-x^2}+1$.

A) f es decreciente en $(-\infty,0)$.
B) Para cada número real c, la ecuación $f(x)=c$ tiene a lo sumo dos raíces.
C) f alcanza un máximo en $\sqrt{2}/2$ pero no está acotada inferiormente.
D) f no es derivable en $x=0$.
E) f es convexa (cóncava hacia arriba) en $(0,+\infty)$.

5. Sabiendo que la función

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+1 & \text{si } 0\le x\le 1 \\ 2x+3 & \text{si } 1\le x\le 2 \end{cases}$$

es derivable en $x=1$, calcular el valor de $f'(x)$ en $x=1/4$.

A) 0 **B)** 3 **C)** 5 **D)** 1 **E)** 6

(continúa en la otra cara)

6. El valor de los siguientes límites

$$\lim_{x\to 0}\frac{\log(1+x)}{\operatorname{sen} x},\qquad \lim_{x\to+\infty}\sqrt{x+3}-\sqrt{x},\qquad \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x+2}\right)^x$$

es, respectivamente:

A) $2,\ \infty,\ e^{-1}$ **B)** $1,\ 1,\ e$ **C)** $0,\ \infty,\ 2e$ **D)** $6,\ 0,\ e$ **E)** $1,\ 0,\ e^{-1}$

7. Estudiar la convergencia de las series

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{k+5}{k!},\qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^2+1},\qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^4+1}.$$

A) Las tres divergen. **B)** Las tres convergen. **C)** La primera diverge y las otras convergen. **D)** La dos primeras divergen y la otra converge. **E)** La tercera diverge.

8. Hallar la derivada direccional de

$$f(x,y)=5x^2+7y^2+6x-6y+17$$

en el punto $(0,1)$ en la dirección de máximo decrecimiento.

A) 41 **B)** -9 **C)** -10 **D)** 8 **E)** -30

9. La integral de la función $f(x,y)=\operatorname{sen}\big(\pi(x^2+y^2)\big)$ sobre el disco unidad es

A) 2π **B)** $\operatorname{sen} 1$ **C)** 3 **D)** π **E)** 2

10. Hallar el punto de la superficie $2x^2+xy+y^2-3-z=0$ en el cual el plano tangente es $4x+y-z-5=0$

A) $(0,0,-3)$ **B)** $(0,1,-1)$ **C)** $(1,2,5)$ **D)** $(1,0,-1)$ **E)** $(1,1,0)$

1. El volumen del sólido engendrado por la circunferencia $(x-4)^2+y^2=9$ al girar alrededor del eje Y es:

A) $72\pi^2$ **B)** $3\pi^2$ **C)** π^2 **D)** $8\pi^2$ **E)** 2

2. La cónica $x^2-2y^2+4x-4y=3$ es:

A) Una parábola de foco $(1,3)$ y directriz $x=4$.
B) Una elipse de centro $(-2,1)$ y semiejes 1 y 3.
C) Una elipse de centro $(-2,1)$ y semiejes $\sqrt{10}$ y $\sqrt{5}$.
D) Una hipérbola de centro $(-2,-1)$ y semiejes 1 y 3.
E) Una hipérbola de centro $(-2,-1)$ y semiejes $\sqrt{5}$ y $\sqrt{5/2}$.

3. Sea $f(x)=\int_0^x (1+t^2)e^{t^2}\,dt$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

A) La función f tiene un máximo en el origen.
B) La función inversa, f^{-1}, es decreciente en todo $\mathbb{R}$.
C) La función f es negativa para todo x.
D) La función inversa, f^{-1}, es impar.
E) La recta tangente a $y=f(x)$ en $x=0$ es $y=-x$.

4. Sea $f(x)=xe^{-x^2}+2$.

A) f no es derivable en $x=0$.
B) f es convexa (cóncava hacia arriba) en $(0,+\infty)$.
C) f alcanza un máximo en $\sqrt{2}/2$ pero no está acotada inferiormente.
D) Para cada número real c, la ecuación $f(x)=c$ tiene a lo sumo dos raíces.
E) f es decreciente en $(-\infty,0)$.

5. Sabiendo que la función

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+1 & \text{si } 0\le x\le 1 \\ 3x+2 & \text{si } 1\le x\le 2 \end{cases}$$

es derivable en $x=1$, calcular el valor de $f'(x)$ en $x=1/2$.

A) 1 **B)** 2 **C)** 0 **D)** 7 **E)** 4

(continúa en la otra cara)

6. El valor de los siguientes límites

$$\lim_{x\to 2} \frac{\log(x-1)}{\operatorname{sen}(x-2)}, \qquad \lim_{x\to+\infty} \sqrt{x+5}-\sqrt{x+1}, \qquad \lim_{x\to\infty} \left(\frac{x+4}{x+2}\right)^x$$

es, respectivamente:

A) $6,\ 0,\ 4e$ **B)** $1,\ 1,\ e^2$ **C)** $1,\ 0,\ e^2$ **D)** $2,\ \infty,\ e^2$ **E)** $0,\ \infty,\ 2e$

7. Estudiar la convergencia de las series

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k+9}{k!}, \qquad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2+1}, \qquad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^6+1}.$$

A) Las tres divergen. **B)** Las tres convergen. **C)** La primera diverge y las otras convergen. **D)** La dos primeras divergen y la otra converge. **E)** La tercera diverge.

8. Hallar la derivada direccional de

$$f(x,y) = 2x^2 + 3y^2 - x - 2y + 7$$

en el punto $(1,1)$ en la dirección de máximo decrecimiento.

A) 6 **B)** -5 **C)** 10 **D)** -8 **E)** 20

9. La integral de la función $f(x,y) = \cos\left(\frac{\pi}{2}(x^2+y^2)\right)$ sobre el disco unidad es

A) 1 **B)** 2 **C)** π **D)** $\cos 1$ **E)** $-\pi$

10. Hallar el punto de la superficie $2x^2 + xy + y^2 + 4x + y - z - 1 = 0$ en el cual el plano tangente es $4x + y - z = 1$

A) $(1,2,6)$ **B)** $(0,0,-1)$ **C)** $(0,1,1)$ **D)** $(0,0,-3)$ **E)** $(-1,1,-2)$

1. El volumen del sólido engendrado por la circunferencia $(x-5)^2+y^2=16$ al girar alrededor del eje Y es:

A) $6\pi^2$ **B)** $100\pi^2$ **C)** $160\pi^2$ **D)** $2\pi^2$ **E)** 1

2. La cónica $4x^2-y^2-16x+6y=9$ es:

A) Una parábola de foco $(1,3)$ y directriz $y=2$.
B) Una elipse de centro $(2,3)$ y semiejes 2 y 3.
C) Una elipse de centro $(1,4)$ y semiejes 2 y 4.
D) Una hipérbola de centro $(2,3)$ y semiejes 2 y 4.
E) Una hipérbola de centro $(1,1)$ y semiejes 1 y 1.

3. Sea $f(x)=\int_0^x(1+t^2)e^{t^2}\,dt$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

A) La función f sólo se anula en $x=0$.
B) La recta tangente a $y=f(x)$ en $x=0$ es $y=e\,x$.
C) La función f tiene un mínimo en el origen.
D) La función inversa, f^{-1}, es par.
E) La función f es decreciente en todo $\mathbb{R}$.

4. Sea $f(x)=2xe^{-x^2}+4$.

A) f alcanza un máximo en $\sqrt{2}/2$ pero no está acotada inferiormente.
B) Para cada número real c, la ecuación $f(x)=c$ tiene a lo sumo dos raíces.
C) f es decreciente en $(-\infty,0)$.
D) f no es derivable en $x=0$.
E) f es convexa (cóncava hacia arriba) en $(0,+\infty)$.

5. Sabiendo que la función

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+1 & \text{si } 0\le x\le 1\\ 4x+5 & \text{si } 1\le x\le 2\end{cases}$$

es derivable en $x=1$, calcular el valor de $f'(x)$ en $x=1/8$.

A) 5 **B)** 7 **C)** 0 **D)** 11 **E)** 12

(continúa en la otra cara)

6. El valor de los siguientes límites

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{\log(x+1)}, \qquad \lim_{x\to+\infty}\sqrt{x+7}-\sqrt{x+3}, \qquad \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+5}{x+2}\right)^{x}$$

es, respectivamente:

A) $0,\ 0,\ e^3$ **B)** $2,\ \infty,\ e$ **C)** $0,\ \infty,\ 2e$ **D)** $6,\ 0,\ 3e$ **E)** $0,\ 1,\ e^3$

7. Estudiar la convergencia de las series

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{k+7}{k!}, \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^2+1}, \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^5+1}.$$

A) Las tres convergen. **B)** La tercera diverge. **C)** La primera diverge y las otras convergen. **D)** La dos primeras divergen y la otra converge. **E)** Las tres divergen.

8. Hallar la derivada direccional de

$$f(x,y)=3x^2+2y^2-2x-y+2$$

en el punto (1,1) en la dirección de máximo decrecimiento.

A) -5 **B)** 20 **C)** -8 **D)** 10 **E)** 6

9. La integral de la función $f(x,y)=\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}(x^2+y^2)\right)$ sobre el disco unidad es

A) -1 **B)** 1 **C)** 2 **D)** π **E)** $\operatorname{sen} 1$

10. Hallar el punto de la superficie $2x^2+xy+y^2+4x+8y-z+14=0$ en el cual el plano tangente es $4x+y-z=0$

A) $(1,2,6)$ **B)** $(1,-4,0)$ **C)** $(1,-3,2)$ **D)** $(0,-4,-2)$ **E)** $(0,-3,-1)$