MATEMÁTICAS 26 de Mayo de 1995. MODELO 1

---

**1.** El valor de los siguientes límites

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}, \qquad \lim_{x\to 0}(\cos x)^{1/\operatorname{sen} x}, \qquad \lim_{x\to\infty}(x+2)\log\left(\frac{x+4}{x+2}\right)$$

es, respectivamente:

**A)** $\infty,\ 1,\ \infty$ **B)** $0,\ 1,\ \infty$ **C)** $0,\ 0,\ \infty$ **D)** $\infty,\ 0,\ 2$ **E)** $0,\ 1,\ 2$

**2.** Estudiar la convergencia de las siguientes integrales impropias:

$$\int_1^{\infty}\frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^5}}, \qquad \int_1^2\frac{dx}{x\log x}, \qquad \int_0^{\infty}\frac{dx}{1+49x^2}.$$

**A)** La segunda diverge y las otras convergen. **B)** Las tres divergen. **C)** Las tres convergen. **D)** La primera diverge y las otras convergen. **E)** La tercera diverge.

**3.** Estudiar la convergencia de las series

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{11^k}{k!}, \qquad \sum_{k=2}^{\infty}\frac{\log k}{k}, \qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{k^6+1}}.$$

**A)** Las tres convergen. **B)** La tercera diverge. **C)** La segunda diverge y las otras convergen. **D)** La primera diverge y las otras convergen. **E)** Las tres divergen.

**4.** El polinomio de Taylor de grado cuatro de $\log\big(\cos(2x)\big)$ es:

**A)** $-2x^2-4x^4/3$ **B)** $-2x^2+x^3-x^4$ **C)** $-4x^2-31x^4$ **D)** $-4x^2-4x^4/3$ **E)** $4x^2+32x^4$

**5.** Considérese la curva descrita por $\vec{r}(t)=(t\cos(\pi t), t\operatorname{sen}(\pi t), t-4)$. Hallar los puntos en los que $\vec{r}(t)$ es perpendicular a la recta tangente.

**A)** $(2,0,-2)$ **B)** $(1,0,-3)$ **C)** $(4,0,0)$ **D)** $(0,1/2,-7/2)$ **E)** Ninguno de los puntos anteriores.

(continúa en la otra cara)

**6.** La función $f(x,y) = 2x^2 + y^2 - 2xy - 8x + 2y + 9$ alcanza

**A)** Un máximo en (3,2) **B)** Un mínimo en (3,2) **C)** Un mínimo en otro punto **D)** Un punto de silla en (3,2) **E)** $f$ no tiene extremos locales

**7.** Calcular el plano tangente a la superficie $x^{2/3} + y^{2/3} + 4z^{2/3} = 6$ en el punto (1,1,1)

**A)** $2x/3 + y - 2z/3 - 1 = 0$ **B)** $x + 2z - 3 = 0$ **C)** $5x + z - 6 = 0$ **D)** $x + y + 4z - 6 = 0$ **E)** $x - y = 0$

**8.** La integral de la función $g(x,y) = (1 - x^2 - y^2)^{3/2}$ sobre el disco unidad es:

**A)** $6/5$ **B)** $2\pi/5$ **C)** $1/5$ **D)** $\pi$ **E)** $5\pi$

**9.** Hallar la derivada direccional de

$$f(x,y) = 5x^2 + 7y^2 - 4x - 6y + 28$$

en el punto (1,1) en la dirección de máximo crecimiento.

**A)** 6 **B)** 8 **C)** 30 **D)** 40 **E)** 10

**10.** El plano paralelo a las rectas

$$r_1 : \ \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{6}, \qquad r_2 : \ \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$$

y que pasa por el punto $(0,0,1)$, tiene por ecuación:

**A)** $x - 4y + 8z = 8$ **B)** $x - 2y + z = 1$ **C)** $x - y = 0$ **D)** $x + 3z = 3$ **E)** $x + y + z = 1$

**1.** Estudiar la convergencia de las series

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{12^k}, \qquad \sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k \log k}, \qquad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k^2+1}}.$$

**A)** Las tres divergen. **B)** La segunda diverge y las otras convergen. **C)** La primera diverge y las otras convergen. **D)** Las tres convergen. **E)** La primera converge.

**2.** Estudiar la convergencia de las siguientes integrales impropias:

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^7+1}}, \qquad \int_1^{2} \frac{dx}{x \log^2 x}, \qquad \int_0^{\infty} \frac{dx}{1+25x^2}.$$

**A)** La segunda diverge y las otras convergen. **B)** Las tres divergen. **C)** La primera diverge y las otras convergen. **D)** La tercera diverge. **E)** Las tres convergen.

**3.** El valor de los siguientes límites

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x^2+4}-2}{x}, \qquad \lim_{x\to \pi/2} (\operatorname{sen} x)^{1/\cos x}, \qquad \lim_{x\to\infty} (x+1)\log\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$$

es, respectivamente:

**A)** $0,\ 1,\ 1$ **B)** $\infty,\ 1,\ \infty$ **C)** $0,\ 1,\ \infty$ **D)** $0,\ 0,\ \infty$ **E)** $\infty,\ 0,\ 1$

**4.** El polinomio de Taylor de grado cuatro de $\log\big(\cos(3x)\big)$ es:

**A)** $9x^2+81x^4$ **B)** $-9x^2/2-27x^4/4$ **C)** $-9x^2/2+x^3-81x^4/16$ **D)** $-9x^2-x^4$ **E)** $-9x^2-3x^4/4$

**5.** Considérese la curva descrita por $\vec{r}(t) = (t\cos(\pi t), -t\operatorname{sen}(\pi t), t+4)$. Hallar los puntos en los que $\vec{r}(t)$ es perpendicular a la recta tangente.

**A)** $(-4,0,0)$ **B)** $(0,-1/2,7/2)$ **C)** $(-2,0,2)$ **D)** $(-1,0,3)$ **E)** Ninguno de los puntos anteriores.

(continúa en la otra cara)

**6.** El plano paralelo a las rectas

$$r_1:\ \frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{4}=\frac{z-3}{6}, \qquad r_2:\ \begin{cases} x=&1+t\\ y=&3t\\ z=&4+5t\end{cases}$$

y que pasa por el punto $(1,0,1)$, tiene por ecuación:

**A)** $x-2y+z=2$ **B)** $x-y=1$ **C)** $x+3z=4$ **D)** $x+y+z=2$ **E)** $x-4y+8z=9$

**7.** Calcular el plano tangente a la superficie $(x+1)^{2/3}+y^{2/3}+4z^{2/3}=6$ en el punto (0,1,1)

**A)** $2x/3-y/3-2z/3+1=0$ **B)** $x+2z-2=0$ **C)** $5x+z-1=0$ **D)** $x+y+4z-5=0$ **E)** $x-y+1=0$

**8.** La integral de la función $g(x,y)=(1-x^2-y^2)^{7/2}$ sobre el disco unidad es:

**A)** $10/9$ **B)** $2\pi/9$ **C)** $1/9$ **D)** $\pi$ **E)** $9\pi$

**9.** Hallar la derivada direccional de

$$f(x,y)=20x^2+28y^2-8x-12y+1$$

en el punto $(1/2,1/2)$ en la dirección de máximo crecimiento.

**A)** 60 **B)** 80 **C)** 20 **D)** 12 **E)** 16

**10.** La función $f(x,y)=2x^2+y^2-2xy-10x+4y+12$ alcanza

**A)** Un mínimo en (3,1) **B)** Un mínimo en otro punto **C)** Un punto de silla en (3,1) **D)** Un máximo en (3,1) **E)** $f$ no tiene extremos locales

MATEMÁTICAS 26 de Mayo de 1995. MODELO 3

---

**1.** El polinomio de Taylor de grado cuatro de $\log\big(\cos(\pi x)\big)$ es:

**A)** $-\pi^2x^2/2-\pi^4x^4/12$ **B)** $-\pi^2x^2/2+\pi^3x^3-\pi^4x^4$ **C)** $-\pi^2x^2-2\pi^4x^4$ **D)** $-\pi^2x^2-\pi^4x^4/12$ **E)** $\pi^2x^2+\pi^4x^4$

**2.** Estudiar la convergencia de las siguientes integrales impropias:

$$\int_1^3 \frac{dx}{x\log x}, \qquad \int_1^\infty \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^7}}, \qquad \int_0^\infty \frac{dx}{4+16x^2}.$$

**A)** Las tres convergen. **B)** La tercera diverge. **C)** La primera diverge y las otras convergen. **D)** La segunda diverge y las otras convergen. **E)** Las tres divergen.

**3.** Estudiar la convergencia de las series

$$\sum_{k=1}^\infty \frac{5^k}{(2k)!}, \qquad \sum_{k=2}^\infty \frac{\log^2 k}{k}, \qquad \sum_{k=1}^\infty \frac{1}{\sqrt{k^5+1}}.$$

**A)** La tercera diverge. **B)** La segunda diverge y las otras convergen. **C)** La primera diverge y las otras convergen. **D)** Las tres divergen. **E)** Las tres convergen.

**4.** El valor de los siguientes límites

$$\lim_{x\to0}\big(\cos(\pi x)\big)^{1/\operatorname{sen} x}, \qquad \lim_{x\to0}\frac{\sqrt{x^2+4}-2}{7x}, \qquad \lim_{x\to\infty}(x+3)\log\left(\frac{x+5}{x+3}\right)$$

es, respectivamente:

**A)** $1,\ 0,\ 2$ **B)** $1,\ \infty,\ \infty$ **C)** $1,\ 0,\ \infty$ **D)** $0,\ 0,\ \infty$ **E)** $0,\ \infty,\ 2$

**5.** Considérese la curva descrita por $\vec r(t)=(\sqrt2\,t\cos(\pi t),\sqrt2\,t\operatorname{sen}(\pi t),t-6)$. Hallar los puntos en los que $\vec r(t)$ es perpendicular a la recta tangente.

**A)** $(\sqrt2,0,-5)$ **B)** $(6\sqrt2,0,0)$ **C)** $(0,\sqrt2/2,-7/2)$ **D)** $(2\sqrt2,0,-4)$ **E)** Ninguno de los puntos anteriores.

(continúa en la otra cara)

**6.** La función $f(x,y) = x^2 + 3xy + 5y^2/2 - x - 2y + 27$ alcanza

**A)** Un punto de silla en (-1,1) **B)** Un máximo en (-1,1) **C)** Un mínimo en (-1,1) **D)** Un mínimo en otro punto **E)** $f$ no tiene extremos locales

**7.** Calcular el plano tangente a la superficie $x + e^y + \log z = 1$ en el punto (0,0,1)

**A)** $2x/3 + y/3 - 2z + 2 = 0$ **B)** $x + 2z - 2 = 0$ **C)** $5x + z - 1 = 0$ **D)** $x + y + z - 1 = 0$ **E)** $x - y = 0$

**8.** La integral de la función $g(x,y) = (1 - x^2 - y^2)^{5/2}$ sobre el disco unidad es:

**A)** $8/7$ **B)** $2\pi/7$ **C)** $1/7$ **D)** $\pi$ **E)** $7\pi$

**9.** Hallar la derivada direccional de

$$f(x,y) = 6x^2 - xy + y^3 + 27$$

en el punto (1,1) en la dirección de máximo crecimiento.

**A)** $5\sqrt{5}$ **B)** $3\sqrt{5}$ **C)** $20\sqrt{5}$ **D)** $4\sqrt{5}$ **E)** $15\sqrt{5}$

**10.** El plano paralelo a las rectas

$$r_1 : \ \frac{x}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z}{7}, \qquad r_2 : \ \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 2 + t \end{cases}$$

y que pasa por el punto $(1,1,1)$, tiene por ecuación:

**A)** $x - y = 0$ **B)** $x + 3z = 4$ **C)** $2x + y - z = 3$ **D)** $3x - 4y + 8z = 7$ **E)** $5x - 3y - 2 = 0$

**1.** El polinomio de Taylor de grado cuatro de $\log\big(\cos(4x)\big)$ es:

**A)** $-8x^2+8x^3-16x^4$ **B)** $-16x^2-512x^4$ **C)** $-16x^2-64x^4/3$ **D)** $16x^2+256x^4$ **E)** $-8x^2-64x^4/3$

**2.** Estudiar la convergencia de las siguientes integrales impropias:

$$\int_1^{\infty}\frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^9}},\qquad \int_1^{4}\frac{dx}{x\log x},\qquad \int_0^{\infty}\frac{dx}{1+36x^2}.$$

**A)** Las tres divergen. **B)** Las tres convergen. **C)** La primera diverge y las otras convergen. **D)** La segunda diverge y las otras convergen. **E)** La tercera diverge.

**3.** Considérese la curva descrita por $\vec{r}(t)=(2t\cos(2\pi t),2t\,\mathrm{sen}(2\pi t),2t-4)$. Hallar los puntos en los que $\vec{r}(t)$ es perpendicular a la recta tangente.

**A)** $(0,1/3,-7/3)$ **B)** $(2,0,-2)$ **C)** $(1,0,-3)$ **D)** $(4,0,0)$ **E)** Ninguno de los puntos anteriores.

**4.** El valor de los siguientes límites

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^2+9}-3}{2x},\qquad \lim_{x\to 0}(\cos x)^{-1/\mathrm{sen}\,x},\qquad \lim_{x\to\infty}x\log\left(\frac{x+5}{x+1}\right)$$

es, respectivamente:

**A)** $\infty,\ 1,\ \infty$ **B)** $0,\ 1,\ \infty$ **C)** $0,\ 0,\ \infty$ **D)** $\infty,\ 0,\ 4$ **E)** $0,\ 1,\ 4$

**5.** Estudiar la convergencia de las series

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{13^k}{k!},\qquad \sum_{k=2}^{\infty}\frac{\log^4 k}{k},\qquad \sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{k^8+1}}.$$

**A)** Las tres convergen. **B)** La segunda diverge y las otras convergen. **C)** La primera diverge y las otras convergen. **D)** La tercera diverge. **E)** Las tres divergen.

(continúa en la otra cara)

**6.** La función $f(x,y) = 19 - 2x^2 - y^2 + 2xy + 8x - 2y$ alcanza

**A)** Un máximo en (3,2) **B)** Un máximo en otro punto **C)** Un punto de silla en (3,2) **D)** $f$ no tiene extremos locales **E)** Un mínimo en (3,2)

**7.** La integral de la función $g(x,y) = (1 - x^2 - y^2)^{9/2}$ sobre el disco unidad es:

**A)** $11\pi$ **B)** $12/11$ **C)** $2\pi/11$ **D)** $1/11$ **E)** $\pi$

**8.** Calcular el plano tangente a la superficie $(x+1)^{2/3} + (y+1)^{2/3} + 4z^{2/3} = 6$ en el punto (0,0,1)

**A)** $x + 2z - 2 = 0$ **B)** $5x + z - 1 = 0$ **C)** $x + y + 4z - 4 = 0$ **D)** $x - y = 0$ **E)** $2x/3 + y - 2z/3 + 2/3 = 0$

**9.** Hallar la derivada direccional de

$$f(x,y) = 45x^2 + 63y^2 - 12x - 18y + 1$$

en el punto $(1/3, 1/3)$ en la dirección de máximo crecimiento.

**A)** 30 **B)** 18 **C)** 24 **D)** 90 **E)** 120

**10.** El plano paralelo a las rectas

$$r_1 : \ \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{6}, \qquad r_2 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = 4 + 5t \end{cases}$$

y que pasa por el punto $(0,0,-1)$, tiene por ecuación:

**A)** $x+y+z+1 = 0$ **B)** $x - 4y - 8z = 8$ **C)** $5x - y - z = 1$ **D)** $x - y = 0$ **E)** $x + 3z + 3 = 0$