

ANÁLISIS MATEMÁTICO I (**PLAN NUEVO**)
PRIMER CURSO DE CIENCIAS FÍSICAS
septiembre de 2003

1.- Calcular los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \operatorname{sen}(1/x)}{\log(1+x)}, \quad \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{sen}^2 x}{1 - \cos(2x)}.$$

2.- a) Dibujar la gráfica de $f(x) = xe^{-x}$ indicando los intervalos de crecimiento y decrecimiento, concavidad y convexidad.

b) Probar que la ecuación $100xe^{-x} - 1 = 0$ tiene exactamente dos soluciones.

3.- Hallar las rectas tangente y normal en $x = 1$ a la gráfica de

$$f(x) = \int_{x-1}^0 e^{-t^2} dt.$$

4.- Escribir el polinomio de Taylor de grado 3 alrededor de $a = 0$ de la función $f(x) = x^3 + \cos(\operatorname{sen} x)$.

5.- Calcular

$$\int \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx, \quad \int x^2 \log x dx.$$

6.- Estudiar la convergencia de las siguientes series:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}, \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(\log n)^2}.$$