EXAMEN FINAL DE ANALISIS II | MODELO 4

Ingeniería Informática. UAM | 14 de Septiembre del 2007.

INSTRUCCIONES: Elija la respuesta correcta de entre las cinco opciones posibles (A), (B), (C), (D), (E). Sólo UNA de las cinco respuestas es correcta. Cada respuesta correcta sumará 1, 25 puntos. Cada pregunta no contestada o con varias respuestas sumará 0 puntos. Cada respuesta incorrecta restará 0, 25 puntos.

---

1. Sean D la distancia máxima y d la distancia mínima del origen a la curva de ecuación $5x^2 + 6xy + 5y^2 = 8$. Diga cuál de las afirmaciones siguientes es cierta:

(A) $D = \frac{5}{2}$, $d = 1$; (B) $D = 2$, $d = 1$; (C) $D = 4$, $d = 1$;

(D) $D = 4$, $d = 2$; (E) $D = 4$, $d = 3$.

---

2. El plano tangente a la superficie $z = x^2 - 2y^2 + 1$ en el punto $(1, 1, 0)$

(A) Pasa por el punto $(1, 2, -2)$;

(B) Corta a la recta $x = 0$, $y = 3$, en el punto $(0, 3, 8)$;

(C) Es paralelo al plano $2x - 4y + 3z = 0$;

(D) Pasa por el punto $(0, 0, 2)$;

(E) Pasa por el punto $(1, 0, 2)$.

---

3. Dados el campo vectorial $\vec{F} = (x^2, 0, y^2)$ y la curva $\gamma(t) = (\operatorname{sen} t, 0, \cos t)$, $t \in (0, 2\pi)$, dígase cuál de las siguientes afirmaciones es cierta:

(A) La curva γ y el campo $\vec{F}$ son ortogonales en cada punto;

(B) $\vec{F}$ es un campo gradiente;

(C) $\vec{F}$ es tangente a la curva en cada punto;

(D) $\operatorname{div} \vec{F} = 0$;

(E) γ tiene tangente en todo punto.

---

4. El volumen de la región sobre el plano $z = 0$, sobre el cono $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, y bajo $z = 1 - 2\sqrt{x^2 + y^2}$ vale

(A) $\frac{\pi}{27}$; (B) $\frac{\pi}{18}$; (C) $\frac{2\pi}{15}$; (D) $\frac{2\pi}{27}$; (E) $\frac{\pi}{9}$.

---

5. Sea la integral $I = \iint xy\,dx\,dy$, donde T es el triángulo determinado por las rectas $y = x$, $x + y = 1$, $x = 0$. Se tiene

(A) $I = \frac{1}{48}$; (B) $I = \frac{1}{96}$; (C) $I = \frac{1}{64}$; (D) $I = \frac{1}{32}$; (E) $I = \frac{1}{18}$.

(continúa en la otra cara)

6. El polinomio de Taylor de grado 3 de la función $f(x) = 2xy + 6\operatorname{tg} 2x$ en $(0, 0)$ es

(A) $12x + 2xy + 8x^3$; (B) $10x + 2xy + x^2 + 8x^3$; (C) $12x + 2xy + 16x^3$;
(D) $12x + 2xy - 16x^3$; (E) $12x + 2xy - 8x^3$.

---

7. Diga cuál de las siguientes afirmaciones es cierta de la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, donde

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^4} & \text{si } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

(A) f es continua en $(0,0)$ y no tiene derivadas parciales en $(0,0)$;
(B) f es continua en $(0,0)$ pero no es diferenciable en $(0,0)$;
(C) f no es continua en $(0,0)$ pero existen las derivadas parciales en $(0,0)$;
(D) f no es continua y no existen las derivadas parciales en $(0,0)$;
(E) f es diferenciable en $(0,0)$.

---

8. Sea el campo $\vec{F} = (2y + e^x, x + \operatorname{sen}(y^2))$ y sea C el círculo $x^2 + y^2 = 1$ recorrido en sentido positivo. La integral $\int_C \vec{F}$ vale

(A) π; (B) 2π; (C) -2π; (D) $4 + \pi$; (E) $-\pi$.
