

INSTRUCCIONES: Elija la respuesta correcta de entre las cinco opciones posibles (A), (B), (C), (D), (E). Sólo UNA de las cinco respuestas es correcta. Cada respuesta correcta sumará 2,5 puntos. Cada respuesta no contestada sumará 0 puntos. Cada respuesta incorrecta restará 0,5 puntos.

1. Sean las funciones $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^4} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$, $g(t) = (t, t)$. Si definimos $h = f \circ g$, entonces

(A) $h'(0) = \frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$; (B) $h'(0) = \nabla f(0, 0) \cdot g'(0)$; (C) $h'(0) = 0$;

(D) $h'(0) \neq \nabla f(0, 0) \cdot g'(0)$; (E) $h'(0)$ no existe.

2. La recta tangente a la curva intersección de las superficies $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ y $3x - y + z = 3$ en el punto $(1, 1, 1)$ es:

(A) $x + y - 2z = 0$; (B) $x = y, 2y + z - 3 = 0$; (C) $2y + z - 2 = 0, 2y - z + 3 = 0$;

(D) $x + y = 0, 2y + z - 3 = 0$; (E) $x + y = 0, 2y + z - 6 = 0$.

3. Sean las funciones $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$, $f(x, y, z) = (x^2 \operatorname{sen} y, xz, yz, x)$, y $g : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $g(r, s, t, u) = (r^2 + t^2, ut)$. Se tiene entonces:

(A) $D(g \circ f)(1, \frac{\pi}{2}, 2) = \begin{pmatrix} 2 & 4\pi & \pi^2 \\ \frac{\pi}{2} & 2 & \pi \end{pmatrix}$; (B) $D(g \circ f)(1, \frac{\pi}{2}, 2) = \begin{pmatrix} 4 & 4\pi & \pi^2 \\ \pi & 2 & \frac{\pi}{2} \end{pmatrix}$;

(C) $D(g \circ f)(1, \frac{\pi}{2}, 2) = \begin{pmatrix} 4 & 2\pi & \pi \\ \pi & 2 & \frac{\pi}{2} \end{pmatrix}$; (D) $D(g \circ f)(1, \frac{\pi}{2}, 2) = \begin{pmatrix} 4 & \pi & \pi^2 \\ 2\pi & 2 & \frac{\pi}{2} \end{pmatrix}$;

(E) $D(g \circ f)(1, \frac{\pi}{2}, 2) = \begin{pmatrix} 2 & \pi & \pi^2 \\ \pi & 2 & \frac{\pi}{2} \end{pmatrix}$.

4. La longitud del arco de la curva $x(t) = \frac{\cos t}{t}$, $y(t) = \frac{\operatorname{sen} t}{t}$, $z(t) = \frac{t}{2}$, entre $t = \pi$ y $t = 2\pi$ es

(A) $\pi + \frac{1}{\pi}$; (B) π ; (C) $\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2\pi}$; (D) $\pi + \frac{2}{\pi}$; (E) $2\pi + \frac{1}{\pi}$.