-Por favor, escríbase un problema en cada cara de las hojas de respuestas**. El primero en la primera cara, el segundo en la segunda cara, etc.**

-El último problema es voluntario**. Tiene un nivel de dificultad mayor que el resto y sólo debiera ser intentado por aquellos que quieran optar a la matrícula de honor.**

-Las respuestas deben ser justificadas correctamente.

-No se admite el uso de máquinas calculadoras **o similares.**

-Se puntuará sobre diez, contribuyendo cada apartado de la forma siguiente:

1) 0'5 cada uno, 2) 0'5+0'5+1, 3) 1+1, 4) 0'75+1, 5) 1+0'75.

EJERCICIOS

1) (Véase la hoja de respuestas).

2) Sean $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 3 & 8 & 7 & 2 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ y $\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 4 & 5 & 1 & 3 & 8 & 2 & 6 \end{pmatrix}$.

i) Calcular el orden de σ y de τ. ii) Hallar el signo de $\left(\sigma^{14}\tau^2\sigma^{1997}\right)^{1421997}$.

iii) Hallar $(\sigma\tau)^{61}$.

3) Decidir si $\mathcal{R}_1$ y $\mathcal{R}_2$ son relaciones de orden de equivalencia o ninguna de las dos cosas en los conjuntos que se indican:

i) En $\mathbb{Z}$, $n\mathcal{R}_1 m \Leftrightarrow g(n) \le g(m)$ donde $g(n) = \dfrac{n+1}{2n+1}$.

ii) En S_3, $\sigma\mathcal{R}_2\tau \Leftrightarrow (\sigma\tau^{-1})^2 = \mathrm{Id}$.

4) Recuérdese que $\mathbb{P}_3[x] = \{\text{Polinomios de } \mathbb{R}[x] \text{ de grado} \le 3\} \cup \{0\}$.

i) Hallar una base y la dimensión de $V = \{P \in \mathbb{P}_3[x] \,/\, P'(1) = 0\}$.

ii) Hallar la dimensión de $V \cap W$ donde $W = \{P \in \mathbb{P}_3[x] \,/\, P'(-1) = 0\}$.

5) Hallar en cada caso números enteros n y m que satisfagan las ecuaciones en los rangos que se indican.

i) $33n + 20m = 2, \quad 1 < n < 20$.

ii) $2^{147} + 73001^{2222} + 2^{74} \cdot 74^2 \equiv n \ (73), \quad 0 \le n < 73$.

OPCIONAL:

6) Un matemático quiere invitar hoy a la chica que le gusta pero ha olvidado el número impar de cuatro dígitos, N, de su tarjeta de cajero. Sólo recuerda que N tenía la curiosa propiedad de ser el cuadrado de la suma de los inversos de las cuatro raíces de un polinomio $P \in \mathbb{Z}[x]$ de cuarto grado cuyo coeficiente de x es 444. Hallar N.

Inicial del primer apellido ☐

Nombre y Apellidos (por favor, con letra clara)......................................

.... Grupo...... D.N.I. (o pasaporte).........................

Calificación: ___ + ___ + ___ + ___ + ___ = ☐
(1, 2, 3, 4, 5)

1) Decir <u>razonadamente</u> si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

i) El número $n^2 + 8n + 15$ no es primo para ningún $n \in \mathbb{N}$.

ii) En $\mathbb{R}$ no existe ninguna relación que sea a la vez de orden y de equivalencia.

iii) Si V y W son subespacios de $\mathbb{R}^5$ de dimensión 3, entonces $V \cap W \neq \{\vec{0}\}$.

iv) En S_4 sólo hay 6 elementos de orden 2.

v) Si p es primo entonces p divide a $2^{p^2} - 2$.

-Por favor, escríbase un problema en cada cara de las hojas de respuestas. **El primero en la primera cara, el segundo en la segunda cara, etc.**

-El último problema es voluntario. **Tiene un nivel de dificultad mayor que el resto y sólo debiera ser intentado por aquellos que quieran optar a la matrícula de honor.**

-Las respuestas deben ser justificadas correctamente.

-No se admite el uso de máquinas calculadoras **o similares.**

-Se puntuará sobre diez, contribuyendo cada apartado de la forma siguiente:
1) 0'5 cada uno, 2) 1+1, 3) 1+0'75, 4) 0'75+1, 5) 0'5+0'5+1.

EJERCICIOS

1) (Véase la hoja de respuestas).

2) Decidir si $\mathcal{R}_1$ y $\mathcal{R}_2$ son relaciones de orden de equivalencia o ninguna de las dos cosas en los conjuntos que se indican:

i) En $\mathbb{Z}$, $n\mathcal{R}_1 m \Leftrightarrow g(n) \le g(m)$ donde $g(n) = \dfrac{n-1}{2n+3}$.

ii) En S_3, $\sigma\mathcal{R}_2\tau \Leftrightarrow (\tau^{-1}\sigma)^2 = \mathrm{Id}$.

3) Hallar en cada caso números enteros n y m que satisfagan las ecuaciones en los rangos que se indican.

i) $20n + 13m = 2, \quad 1 < m < 20$.

ii) $3^{159} + 79001^{3333} + 3^{80} \cdot 80^3 \equiv n \ (79), \quad 0 \le n < 79$.

4) Recuérdese que $\mathbb{P}_3[x] = \{\text{Polinomios de } \mathbb{R}[x] \text{ de grado} \le 3\} \cup \{0\}$.

i) Hallar una base y la dimensión de $V = \{P \in \mathbb{P}_3[x] \,/\, P'(-1) = 0\}$.

ii) Hallar la dimensión de $V \cap W$ donde $W = \{P \in \mathbb{P}_3[x] \,/\, P'(1) = 0\}$.

5) Sean $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 3 & 7 & 5 & 2 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ y $\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 1 & 5 & 8 & 3 & 7 & 6 & 2 \end{pmatrix}$.

i) Calcular el orden de σ y de τ. ii) Hallar el signo de $\left(\sigma^{14}\tau^2\sigma^{1997}\right)^{1421997}$.

iii) Hallar $(\sigma\tau)^{61}$.

OPCIONAL:

6) Un matemático quiere invitar hoy a la chica que le gusta pero ha olvidado el número impar de cuatro dígitos, N, de su tarjeta de cajero. Sólo recuerda que N tenía la curiosa propiedad de ser el cuadrado de la suma de los inversos de las cuatro raíces de un polinomio $P \in \mathbb{Z}[x]$ de cuarto grado cuyo coeficiente de x es 444. Hallar N.

Inicial del primer apellido ☐

Nombre y Apellidos (por favor, con letra clara) ....

.... Grupo...... D.N.I. (o pasaporte)........................

Calificación: ____ + ____ + ____ + ____ + ____ = ☐

(1) (2) (3) (4) (5)

1) Decir razonadamente si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

i) Si V y W son subespacios de $\mathbb{R}^7$ de dimensión 4, entonces $V \cap W \neq \{\vec{0}\}$.

ii) En S_4 sólo hay 6 elementos de orden 2.

iii) El número $n^2 + 10n + 24$ no es primo para ningún $n \in \mathbb{N}$.

iv) En $\mathbb{Q}$ no existe ninguna relación que sea a la vez de orden y de equivalencia.

v) Si p es primo entonces p divide a $3^{p^2} - 3$.

-Por favor, escríbase un problema en cada cara de las hojas de respuestas. **El primero en la primera cara, el segundo en la segunda cara, etc.**

-El último problema es voluntario. **Tiene un nivel de dificultad mayor que el resto y sólo debiera ser intentado por aquellos que quieran optar a la matrícula de honor.**

-Las respuestas deben ser justificadas correctamente.

-No se admite el uso de máquinas calculadoras **o similares.**

-Se puntuará sobre diez, contribuyendo cada apartado de la forma siguiente:
1) 0'5 cada uno, 2) 0'75+1, 3) 1+1, 4) 1+0'75, 5) 0'5+0'5+1.

EJERCICIOS

1) (Véase la hoja de respuestas).

2) Recuérdese que $\mathbb{P}_3[x] = \{\text{Polinomios de } \mathbb{R}[x] \text{ de grado } \leq 3\} \cup \{0\}$.

i) Hallar una base y la dimensión de $V = \{P \in \mathbb{P}_3[x] \,/\, P'(2) = 0\}$.

ii) Hallar la dimensión de $V \cap W$ donde $W = \{P \in \mathbb{P}_3[x] \,/\, P'(-2) = 0\}$.

3) Decidir si $\mathcal{R}_1$ y $\mathcal{R}_2$ son relaciones de orden de equivalencia o ninguna de las dos cosas en los conjuntos que se indican:

i) En $\mathbb{Z}$, $n\mathcal{R}_1 m \Leftrightarrow g(n) \leq g(m)$ donde $g(n) = \dfrac{n+2}{2n-1}$.

ii) En S_3, $\sigma\mathcal{R}_2\tau \Leftrightarrow (\tau\sigma^{-1})^2 = \text{Id}$.

4) Hallar en cada caso números enteros n y m que satisfagan las ecuaciones en los rangos que se indican.

i) $33n + 20m = 3, \quad -33 < m < -1$.

ii) $4^{167} + 83001^{4444} + 4^{84} \cdot 84^4 \equiv n \ (83), \quad 0 \leq n < 83$.

5) Sean $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 4 & 6 & 8 & 5 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ y $\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 7 & 1 & 6 & 8 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$.

i) Calcular el orden de σ y de τ. ii) Hallar el signo de $\left(\sigma^{14}\tau^2\sigma^{1997}\right)^{1421997}$.

iii) Hallar $(\sigma\tau)^{61}$.

OPCIONAL:

6) Un matemático quiere invitar hoy a la chica que le gusta pero ha olvidado el número impar de cuatro dígitos, N, de su tarjeta de cajero. Sólo recuerda que N tenía la curiosa propiedad de ser el cuadrado de la suma de los inversos de las cuatro raíces de un polinomio $P \in \mathbb{Z}[x]$ de cuarto grado cuyo coeficiente de x es 444. Hallar N.

Inicial del primer apellido ☐

Nombre y Apellidos (por favor, con letra clara) ....

.... Grupo...... D.N.I. (o pasaporte)........................

Calificación: $\underset{1}{\sqcup} + \underset{2}{\sqcup} + \underset{3}{\sqcup} + \underset{4}{\sqcup} + \underset{5}{\sqcup} = \square$

1) Decir razonadamente si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

i) Si p es primo entonces p divide a $5^{p^2} - 5$.

ii) El número $n^2 + 12n + 35$ no es primo para ningún $n \in \mathbb{N}$.

iii) En S_4 sólo hay 6 elementos de orden 2.

iv) Si V y W son subespacios de $\mathbb{R}^3$ de dimensión 2, entonces $V \cap W \neq \{\vec{0}\}$.

v) En $\mathbb{Z}$ no existe ninguna relación que sea a la vez de orden y de equivalencia.

-Por favor, escríbase un problema en cada cara de las hojas de respuestas. **El primero en la primera cara, el segundo en la segunda cara, etc.**

-El último problema es voluntario. **Tiene un nivel de dificultad mayor que el resto y sólo debiera ser intentado por aquellos que quieran optar a la matrícula de honor.**

-Las respuestas deben ser justificadas correctamente.

-No se admite el uso de máquinas calculadoras **o similares.**

-Se puntuará sobre diez, contribuyendo cada apartado de la forma siguiente:

1) 0'5 cada uno, 2) 1+1, 3) 1+0'75, 4) 0'5+0'5+1, 5) 0'75+1.

EJERCICIOS

1) (Véase la hoja de respuestas).

2) Decidir si $\mathcal{R}_1$ y $\mathcal{R}_2$ son relaciones de orden de equivalencia o ninguna de las dos cosas en los conjuntos que se indican:

i) En $\mathbb{Z}$, $n\mathcal{R}_1 m \Leftrightarrow g(n) \le g(m)$ donde $g(n) = \dfrac{n-2}{2n-3}$.

ii) En S_3, $\sigma\mathcal{R}_2\tau \Leftrightarrow (\sigma^{-1}\tau)^2 = \mathrm{Id}$.

3) Hallar en cada caso números enteros n y m que satisfagan las ecuaciones en los rangos que se indican.

i) $20n + 13m = 3, \quad 13 < n < 26.$

ii) $5^{179} + 89001^{5555} + 5^{90} \cdot 90^5 \equiv n \ (89), \quad 0 \le n < 89.$

4) Sean $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 3 & 7 & 4 & 2 & 1 & 8 & 5 \end{pmatrix}$ y $\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 4 & 1 & 2 & 7 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

i) Calcular el orden de σ y de τ. ii) Hallar el signo de $\left(\sigma^{14}\tau^2\sigma^{1997}\right)^{1421997}$.

iii) Hallar $(\sigma\tau)^{61}$.

5) Recuérdese que $\mathbb{P}_3[x] = \{\text{Polinomios de } \mathbb{R}[x] \text{ de grado} \le 3\} \cup \{0\}$.

i) Hallar una base y la dimensión de $V = \{P \in \mathbb{P}_3[x] \,/\, P'(-2) = 0\}$.

ii) Hallar la dimensión de $V \cap W$ donde $W = \{P \in \mathbb{P}_3[x] \,/\, P'(2) = 0\}$.

Opcional:

6) Un matemático quiere invitar hoy a la chica que le gusta pero ha olvidado el número impar de cuatro dígitos, N, de su tarjeta de cajero. Sólo recuerda que N tenía la curiosa propiedad de ser el cuadrado de la suma de los inversos de las cuatro raíces de un polinomio $P \in \mathbb{Z}[x]$ de cuarto grado cuyo coeficiente de x es 444. Hallar N.

Inicial del primer apellido

Nombre y Apellidos (por favor, con letra clara) ....

.... Grupo...... D.N.I. (o pasaporte)........................

Calificación: $\underset{1}{\rule{1cm}{0.4pt}} + \underset{2}{\rule{1cm}{0.4pt}} + \underset{3}{\rule{1cm}{0.4pt}} + \underset{4}{\rule{1cm}{0.4pt}} + \underset{5}{\rule{1cm}{0.4pt}} =$

1) Decir razonadamente si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

i) En S_4 sólo hay 6 elementos de orden 2.

ii) El número $n^2 + 6n + 8$ no es primo para ningún $n \in \mathbb{N}$.

iii) En $\mathbb{N}$ no existe ninguna relación que sea a la vez de orden y de equivalencia.

iv) Si p es primo entonces p divide a $7^{p^2} - 7$.

v) Si V y W son subespacios de $\mathbb{R}^9$ de dimensión 5, entonces $V \cap W \neq \{\vec{0}\}$.