Para realizar el examen téngase en cuenta las siguientes instrucciones:

-Por favor, escríbase un problema en cada cara de las hojas de respuestas. **El primero en la primera cara, el segundo en la segunda cara, etc.**

-El examen se puntuará sobre diez, contribuyendo cada uno de los cinco primeros problemas con dos puntos. El último problema es voluntario. **Tiene un nivel de dificultad mayor que el resto y sólo debiera ser intentado por aquellos que quieran optar a la matrícula de honor.**

-No se admite el uso de máquinas calculadoras **o similares.**

EJERCICIOS

1) Sabiendo que 113 es primo, estudiar si divide a

$$7^{226} + 3^{115} + 2^{226} \cdot 5^{113} + 17^{113} + 113113.$$

2) Comprobar que la función $f : \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}$, $f(n) = n^2 + 2n$ no es biyectiva. Considérese en $\mathbb{Z}$ la relación definida por

$$n\mathcal{R}m \iff 3 \text{ divide a } f(n) - f(m).$$

Demostrar que $\mathcal{R}$ es una relación de equivalencia y hallar la clase de -1.

3) Hallar el máximo común divisor de $P_1 = x^4 + 6x^3 + 13x^2 + 12x + 3$ y $P_2 = x^4 + 5x^3 + 9x^2 + 8x + 2$, y utilizarlo para factorizar P_1 en $\mathbb{C}[x]$.

4) Sean

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 6 & 9 & 7 & 2 & 8 & 4 & 1 & 5 \end{pmatrix} \qquad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 8 & 2 & 6 & 1 & 3 & 7 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

Calcular σ^n donde n es el orden de τ.

5) Hallar una base y la dimensión de $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,/\, x - 2y = 0\}$. Calcular también $\dim(V + W)$ con $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,/\, y - z = 0\}$.

OPCIONAL:

6) Seis tahúres se reúnen a jugar con una baraja de 40 cartas. Como ninguno se fía de los otros al barajar, deciden hacerlo de la siguiente extraña manera: Dividen el mazo (cortando) en seis montones y cada tahúr pasa la carta superior de su montón a la parte de abajo. Después colocan todos los montones tal como estaban formando el mazo. Tras repetir este proceso cierto número de veces, una persona ajena a la partida comprueba que las cartas no están marcadas y dice: "¡Tanta complicación y todas las cartas excepto dos están en la misma posición que al principio!" Demostrar que alguien ha hecho trampas.

Inicial del primer apellido [ ]

Nombre y Apellidos (por favor, con letra clara) ....

.... D.N.I. (o pasaporte)..............................

Calificación: $\underset{1}{\sqcup} + \underset{2}{\sqcup} + \underset{3}{\sqcup} + \underset{4}{\sqcup} + \underset{5}{\sqcup} = \boxed{}$

Por favor, un problema en cada cara.

Para realizar el examen ténganse en cuenta las siguientes instrucciones:

-Por favor, escríbase un problema en cada cara de las hojas de respuestas**. El primero en la primera cara, el segundo en la segunda cara, etc.**

-El examen se puntuará sobre diez, contribuyendo cada uno de los cinco primeros problemas con dos puntos. El último problema es voluntario**. Tiene un nivel de dificultad mayor que el resto y sólo debiera ser intentado por aquellos que quieran optar a la matrícula de honor.**

-No se admite el uso de máquinas calculadoras **o similares.**

EJERCICIOS

1) Sean

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 8 & 6 & 1 & 7 & 3 & 9 & 4 & 2 \end{pmatrix} \qquad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 1 & 5 & 9 & 2 & 6 & 3 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

Calcular σ^n donde n es el orden de τ.

2) Hallar una base y la dimensión de $V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,/\, x - 3y = 0\}$. Calcular también $\dim(V+W)$ con $W = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,/\, z - y = 0\}$.

3) Comprobar que la función $f : \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}$, $f(n) = n^2 + 4n$ no es biyectiva. Considérese en $\mathbb{Z}$ la relación definida por

$$n\mathcal{R}m \;\Leftrightarrow\; 3 \text{ divide a } f(n) - f(m).$$

Demostrar que $\mathcal{R}$ es una relación de equivalencia y hallar la clase de -2.

4) Sabiendo que 101 es primo, estudiar si divide a

$$3^{103} + 2^{202} \cdot 5^{101} + 7^{202} + 5^{101} + 101101$$

5) Hallar el máximo común divisor de $P_1 = x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 10x + 5$ y $P_2 = x^4 - 7x^3 + 13x^2 - 12x + 6$, y utilizarlo para factorizar P_1 en $\mathbb{C}[x]$.

OPCIONAL:

6) Seis tahúres se reúnen a jugar con una baraja de 40 cartas. Como ninguno se fía de los otros al barajar, deciden hacerlo de la siguiente extraña manera: Dividen el mazo (cortando) en seis montones y cada tahúr pasa la carta superior de su montón a la parte de abajo. Después colocan todos los montones tal como estaban formando el mazo. Tras repetir este proceso cierto número de veces, una persona ajena a la partida comprueba que las cartas no están marcadas y dice: "¡Tanta complicación y todas las cartas excepto dos están en la misma posición que al principio!" Demostrar que alguien ha hecho trampas.

Inicial del primer apellido ☐

Nombre y Apellidos (por favor, con letra clara) ....

.... D.N.I. (o pasaporte)..............................

Calificación: $\underset{1}{\rule{2em}{0.4pt}} + \underset{2}{\rule{2em}{0.4pt}} + \underset{3}{\rule{2em}{0.4pt}} + \underset{4}{\rule{2em}{0.4pt}} + \underset{5}{\rule{2em}{0.4pt}} = \boxed{}$

Por favor, un problema en cada cara.

Para realizar el examen ténganse en cuenta las siguientes instrucciones:

-Por favor, escríbase un problema en cada cara de las hojas de respuestas**. El primero en la primera cara, el segundo en la segunda cara, etc.**

-El examen se puntuará sobre diez, contribuyendo cada uno de los cinco primeros problemas con dos puntos. El último problema es voluntario**. Tiene un nivel de dificultad mayor que el resto y sólo debiera ser intentado por aquellos que quieran optar a la matrícula de honor.**

-No se admite el uso de máquinas calculadoras **o similares.**

EJERCICIOS

1) Sabiendo que 109 es primo, estudiar si divide a

$$7^{218} + 3^{111} + 2^{218} \cdot 5^{109} + 13^{109} + 109109$$

2) Hallar el máximo común divisor de $P_1 = x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 8x + 2$ y $P_2 = x^4 - 6x^3 + 13x^2 - 12x + 3$, y utilizarlo para factorizar P_1 en $\mathbb{C}[x]$.

3) Comprobar que la función $f : \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}$, $f(n) = n^2 - 2n$ no es biyectiva. Considérese en $\mathbb{Z}$ la relación definida por

$$n\mathcal{R}m \;\Leftrightarrow\; 3 \text{ divide a } f(n) - f(m).$$

Demostrar que $\mathcal{R}$ es una relación de equivalencia y hallar la clase de 1.

4) Sean

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 4 & 6 & 2 & 9 & 5 & 8 & 1 & 7 \end{pmatrix} \qquad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 4 & 7 & 5 & 3 & 6 & 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

Calcular σ^n donde n es el orden de τ.

5) Hallar una base y la dimensión de $V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,/\, y - 3z = 0\}$. Calcular también $\dim(V + W)$ con $W = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,/\, x - z = 0\}$.

OPCIONAL:

6) Seis tahúres se reúnen a jugar con una baraja de 40 cartas. Como ninguno se fía de los otros al barajar, deciden hacerlo de la siguiente extraña manera: Dividen el mazo (cortando) en seis montones y cada tahúr pasa la carta superior de su montón a la parte de abajo. Después colocan todos los montones tal como estaban formando el mazo. Tras repetir este proceso cierto número de veces, una persona ajena a la partida comprueba que las cartas no están marcadas y dice: "¡Tanta complicación y todas las cartas excepto dos están en la misma posición que al principio!" Demostrar que alguien ha hecho trampas.

Inicial del primer apellido ☐

Nombre y Apellidos (por favor, con letra clara) ....

.... D.N.I. (o pasaporte)..............................

Calificación: $\underset{1}{\underline{\qquad}} + \underset{2}{\underline{\qquad}} + \underset{3}{\underline{\qquad}} + \underset{4}{\underline{\qquad}} + \underset{5}{\underline{\qquad}} = \boxed{\qquad}$

Por favor, un problema en cada cara.

Para realizar el examen ténganse en cuenta las siguientes instrucciones:

-Por favor, escríbase un problema en cada cara de las hojas de respuestas**. El primero en la primera cara, el segundo en la segunda cara, etc.**

-El examen se puntuará sobre diez, contribuyendo cada uno de los cinco primeros problemas con dos puntos. El último problema es voluntario**. Tiene un nivel de dificultad mayor que el resto y sólo debiera ser intentado por aquellos que quieran optar a la matrícula de honor.**

-No se admite el uso de máquinas calculadoras **o similares.**

EJERCICIOS

1) Sean

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 8 & 2 & 3 & 9 & 1 & 6 & 7 & 5 \end{pmatrix} \qquad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 1 & 2 & 8 & 5 & 4 & 9 & 7 & 6 \end{pmatrix}$$

Calcular σ^n donde n es el orden de τ.

2) Hallar una base y la dimensión de $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,/\, y - 2z = 0\}$. Calcular también $\dim(V + W)$ con $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,/\, z - x = 0\}$.

3) Hallar el máximo común divisor de $P_1 = x^4 - 6x^3 + 13x^2 - 12x + 3$ y $P_2 = x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 16x + 4$, y utilizarlo para factorizar P_1 en $\mathbb{C}[x]$.

4) Comprobar que la función $f : \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}$, $f(n) = n^2 - 4n$ no es biyectiva. Considérese en $\mathbb{Z}$ la relación definida por

$$n\mathcal{R}m \;\Leftrightarrow\; 3 \text{ divide a } f(n) - f(m).$$

Demostrar que $\mathcal{R}$ es una relación de equivalencia y hallar la clase de 2.

5) Sabiendo que 107 es primo, estudiar si divide a

$$3^{109} + 2^{214} \cdot 5^{107} + 7^{214} + 11^{107} + 107107$$

OPCIONAL:

6) Seis tahúres se reúnen a jugar con una baraja de 40 cartas. Como ninguno se fía de los otros al barajar, deciden hacerlo de la siguiente extraña manera: Dividen el mazo (cortando) en seis montones y cada tahúr pasa la carta superior de su montón a la parte de abajo. Después colocan todos los montones tal como estaban formando el mazo. Tras repetir este proceso cierto número de veces, una persona ajena a la partida comprueba que las cartas no están marcadas y dice: "¡Tanta complicación y todas las cartas excepto dos están en la misma posición que al principio!" Demostrar que alguien ha hecho trampas.

Inicial del primer apellido ☐

Nombre y Apellidos (por favor, con letra clara) . . . .

. . . . D.N.I. (o pasaporte)...............................

Calificación: $\underbrace{\qquad}_{1} + \underbrace{\qquad}_{2} + \underbrace{\qquad}_{3} + \underbrace{\qquad}_{4} + \underbrace{\qquad}_{5} = \boxed{\qquad}$

Por favor, un problema en cada cara.