Álgebra II   Diciembre 1996   **Inicial del primer apellido** ☐

Nombre y Apellidos (por favor, con letra clara) ....

.... D.N.I. (o pasaporte)..............................

Calificación: $\underset{1}{\sqcup} + \underset{2}{\sqcup} + \underset{3}{\sqcup} = \square$

1) Decir si los siguientes polinomios son irreducibles o descomponerlos en factores irreducibles en los anillos de polinomios que se indican:

0'5 - i) $x^3 - 5 \in \mathbb{Q}(\sqrt[3]{5})[x]$.

1 - ii) $x^3 - 5 \in \mathbb{Q}(\omega\sqrt[3]{5})[x]$ con $\omega = e^{2\pi i/3}$.

1 - iii) $x^3 - 5 \in \mathbb{Q}(\alpha)[x]$ donde α es una raz de $x^4 + 2x^3 + 2$.

1 - iv) $x^3 - x^2 + x - 1 \in \mathbb{F}_5[x]$.

1 - **2)** Si L/K es normal finita y separable y $\mathcal{G}(L/K) = \mathbb{Z}_{10}^*$ donde $\mathbb{Z}_{10}^*$ es el grupo de unidades (elementos con inverso multiplicativo) de $\mathbb{Z}/10\mathbb{Z}$, hallar cuntos subcuerpos, M, cumplen $K \underset{\neq}{\subset} M \underset{\neq}{\subset} L$.

3) Decir razonadamente si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

0'5 - i) Si $\alpha \in \mathbb{Q}(\sqrt[5]{2}) - \mathbb{Q}$, entonces α es construible con regla y comps.

0'5 - ii) Si $L/\mathbb{Q}$ es algebraica, entonces $L(\pi)/L$ es trascendente.

1 - iii) Si un polinomio de grado 3, $P \in \mathbb{Q}[x]$, tiene como raz a $\alpha = \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{36}$, entonces es su polinomio mnimo sobre $\mathbb{Q}$.

1 - iv) Si α y β son races de un polinomio irreducible $P \in K[x]$, $K(\alpha)/K$ normal $\Rightarrow$ $K(\beta)/K$ normal.

1'5 - v) Si L/K es normal finita y separable y $\mathcal{G}(L/K) \cong S_3$ (el conjunto de funciones biyectivas de $\{1, 2, 3\}$ en s mismo), entonces slo existe un subcuerpo $K \subset M \subset L$ tal que $[M : K] = 2$.

0'5 - vi) Si α es algebraico y β es trascendente, $\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2$ es trascendente.

0'5 - vii) La raz real y positiva de $x^5 - 6x - 21$ es construible con regla y comps.