30 Enero 1996 **Inicial del primer apellido** ☐

Nombre y Apellidos (por favor, con letra clara) ....

.... D.N.I. (o pasaporte)...............................

Calificación: $\lfloor\_\_\rfloor_1 + \lfloor\_\_\rfloor_2 + \lfloor\_\_\rfloor_3 + \lfloor\_\_\rfloor_4 + \lfloor\_\_\rfloor_5 =$ ☐

1) Decir razonadamente si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas

0.5-i) $\langle(1,2)\rangle$ es un subgrupo normal de S_4.

0.5-ii) $\langle(1,2,3)\rangle$ es un subgrupo normal de S_4.

0.5-iii) S_3 y $\mathbb{Z}_6$ son isomorfos.

0.5-iv) $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_3$ y $\mathbb{Z}_9$ son isomorfos.

1-v) Todo subgrupo de S_4 es soluble.

1-vi) Si L es un cuerpo de 4 elementos, el grupo abeliano $(L,+)$ es isomorfo a $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$.

(continúa en la otra cara)

1.5- **2)** Demostrar que si $\phi : S_3 \longrightarrow \mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_5$ es un homomorfismo de grupos, entonces $\operatorname{Im}\phi = (\overline{0}, \overline{0})$.

1.5- **3)** Si $D_8 = \langle \sigma, \tau \;/\; \sigma^4 = \tau^2 = \mathrm{Id},\; \tau\sigma = \sigma^3\tau \rangle$, encontrar una cadena de subgrupos $\{e\} = G_0 \subset G_1 \subset \ldots \subset G_n = D_8$ con $G_{i-1} \lhd G_i$, $G_i/G_{i-1} \cong \mathbb{Z}_{p_i}$, $1 \leq i \leq n$, p_i primo.

1.5- **4)** Sea $P = x^3 + x + 1 \in \mathbb{F}_2[x]$, hallar $\mathcal{G}(L/\mathbb{F}_2)$ donde L es el cuerpo de descomposición de P.

1.5- **5)** ¿Cuántos elementos de orden 3 hay en S_5?