

ECUACIONES DIFERENCIALES

1. Busca la solución general $y = y(x)$ de las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$y' = y^2, \quad y'y = x, \quad y' = e^{x+y}, \quad y' = x^2y^2 + x^2.$$

2. Encuentra una función cuya gráfica pase por el origen y cuya derivada en cada punto sea mayor en una unidad que la propia función.

3. La función $p = p(t)$ indica el número de bacterias de una población en función del tiempo t en horas. Si se sabe que p' y p son proporcionales y que la población inicial $p(0)$ se duplica en 24 horas, deduce la fórmula para $p(t)$ y halla cuánto tardará en triplicarse.

4. Si una población de bacterias sigue el modelo $p' = p^2 - 1000p$, justifica que tiende a extinguirse si la población inicial $p(0)$ es menor que 1000.

5. Halla soluciones $y = y(x)$ de los siguientes problemas de valores iniciales:

$$\begin{cases} y' + 2y = 5 \operatorname{sen} x \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y'' + 4y = \cos x \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} y'' - 3y' + 2y = 2x^2 - 4x - 1 \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 2 \end{cases}$$

6. Halla la solución general $y = y(x)$ de las ecuaciones diferenciales

$$y'' - y = e^{2x}, \quad y'' - y = \operatorname{sen} x + \cos x, \quad y'' - 2y' + 2y = 1, \quad y''' - 8y = 0.$$