

Apellidos y Nombre:

.....

1) Decide si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones, dando una breve explicación.

a) [1 punto] Si todos los símbolos de Christoffel se anulan, entonces $\nabla_X Y = (X^i \partial_i Y^j) \partial_j$.

b) [1 punto] Si $V(t) \neq 0$ es un transporte paralelo a lo largo de una curva, entonces $e^t V(t)$ no es transporte paralelo.

2) En $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$ se considera la métrica $x^{-2} dx^2 + x^{-1} dy^2$.

a) [3 puntos] Calcula el símbolo de Christoffel Γ_{11}^1 .

b) [2 puntos] Sabiendo que hay una geodésica horizontal con punto inicial $p = (1, 1)$ y vector inicial $2\partial_1$, halla su ecuación explícita. Nota: No se pide demostrar la existencia de tal geodésica, se puede dar por supuesta.

3) Sea $F : M \rightarrow N$ con $dF|_p : T_p(M) \rightarrow T_{F(p)}(N)$ inyectiva para cada $p \in M$ y G una métrica definida positiva en N .

a) [2 puntos] Prueba que el *pullback* F^*G es una métrica en M . Nota: Recuerda la definición de *pullback* $F^*G(V, W) = G(dF(V), dF(W))$.

b) [1 punto] ¿Es cierto en general que F transforma geodésicas de M en geodésicas de N ?