

- Fórmula de Planck-Einstein (energía de un “cuanto de luz”):

$$E = \hbar\omega = h\nu.$$

- Operadores posición, momento y hamiltoniano (una partícula bajo un potencial) en una dimensión:

$$\hat{x} = x, \quad \hat{p} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \quad \text{y} \quad \hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \hat{V}.$$

La ecuación de Schrödinger independiente del tiempo es $\hat{H}\psi = E\psi$.

- Ecuación de Schrödinger (dependiente del tiempo) para una partícula bajo un potencial en una y tres dimensiones:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V\Psi \quad \text{y} \quad i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + V\Psi.$$

- Desarrollo de Fourier de funciones 1-periódicas:

$$f(x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n e^{2\pi i n x} \quad \text{donde} \quad c_n = \int_0^1 f(x) e^{-2\pi i n x} dx.$$

- Transformada de Fourier y teorema de inversión:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F}(f)(\xi) e^{2\pi i x \xi} d\xi \quad \text{donde} \quad \mathcal{F}(f)(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-2\pi i x \xi} dx.$$

- Transformada de Fourier de una gaussiana:

$$f(x) = e^{-\pi x^2} \implies \mathcal{F}(f)(\xi) = f(\xi), \quad \text{en particular} \quad \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = 1.$$

- Autoestados y energías en el pozo de potencial infinito:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{\pi n x}{L} \quad \text{y} \quad E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2mL^2} \quad \text{con} \quad n \in \mathbb{Z}^+.$$

- Ecuación de Schrödinger general:

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle = H(t) |\Psi(t)\rangle$$

con $H(t)$ autoadjunto, esto es, $H(t)^\dagger = H(t)$.

- Varianza de un observable A :

$$\sigma_A^2 = \langle (A - \langle A \rangle)^2 \rangle = \langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2 \quad \text{donde} \quad \langle A \rangle = \langle \Psi | A | \Psi \rangle.$$

- Relación de incertidumbre y principio de incertidumbre de Heisenberg

$$[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar \quad \text{y} \quad \sigma_{\hat{x}} \sigma_{\hat{p}} \geq \frac{\hbar}{2}.$$

- Incertidumbre energía tiempo para un observable Q que no depende explícitamente de t :

$$\delta_t \sigma_H \geq \frac{\hbar}{2} \quad \text{donde} \quad \delta_t = \frac{\sigma_Q}{\left| \frac{d}{dt} \langle Q \rangle \right|}.$$

- Ecuación de Schrödinger independiente del tiempo para el oscilador armónico:

$$\hat{H}\psi = E\psi \quad \text{con} \quad \hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2.$$

- Operador de destrucción, operador de creación y operador número:

$$a = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(\hat{x} + \frac{i\hat{p}}{m\omega} \right), \quad a^\dagger = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(\hat{x} - \frac{i\hat{p}}{m\omega} \right) \quad \text{y} \quad \hat{N} = a^\dagger a$$

- Relaciones de conmutación:

$$[a, a^\dagger] = 1, \quad [\hat{N}, a] = -a \quad \text{y} \quad [\hat{N}, a^\dagger] = a^\dagger.$$

- Función normalizada asociada al estado fundamental $|0\rangle$ del oscilador armónico:

$$\psi_0(x) = \sqrt[4]{\frac{m\omega}{\pi\hbar}} e^{-\frac{1}{2}m\omega x^2/\hbar}.$$

- Autoestados para el oscilador armónico:

$$|n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} (a^\dagger)^n |0\rangle \quad \text{con} \quad n \in \mathbb{N} \cup \{0\}.$$

- Energía y número de los autoestados $|n\rangle$:

$$\hat{H}|n\rangle = E_n|n\rangle \quad \text{con} \quad E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad \text{y} \quad \hat{N}|n\rangle = n|n\rangle.$$

- Estados coherentes:

$$a|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle, \quad |\alpha\rangle = |\psi_\alpha\rangle \quad \text{con} \quad \psi_\alpha(x) = \sqrt[4]{\frac{m\omega}{\pi\hbar}} \exp\left(-\left(x\sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} - \alpha\right)^2\right)$$

donde $\alpha \in \mathbb{R}$ y ψ_α está normalizada.