Apellidos y nombre: ....

.... DNI (o pasaporte): ....

1) [2.5 puntos] Dado $\vec{u} \in \mathbb{R}^3$ normalizado y $\alpha \in \mathbb{R}$, demuestra que el operador de rotación satisface $(R_{\vec{u}}(\alpha))^k = R_{\vec{u}}(k\alpha)$ para todo $k \in \mathbb{N}$.

2) [2.5 puntos] Alicia y Beatriz tienen, respectivamente, la primera y la segunda partícula de un estado entrelazado correspondiente a $\frac{3}{4}\left|{+}{+}\right\rangle + \frac{1}{4}\left|{+}{-}\right\rangle + \frac{2+i}{4}\left|{-}{+}\right\rangle + \frac{1}{4}\left|{-}{-}\right\rangle$. Primero Alicia mide el espín de su partícula en la dirección z y obtiene $\left|+\right\rangle$. Después Beatriz mide el de la suya en la dirección x. Calcula la probabilidad de que obtenga $\left|x-\right\rangle$.

3) [2.5 puntos] Sean los operadores en $\mathbb{C}^2$

$$S = 2\left|+\right\rangle\left\langle+\right| - 1 \qquad \text{y} \qquad T = 1 - (\left|+\right\rangle + \left|-\right\rangle)(\left\langle+\right| + \left\langle-\right|)$$

Calcula la matriz de $S \otimes T$ en la base usual $\{\left|{+}{+}\right\rangle, \left|{+}{-}\right\rangle, \left|{-}{+}\right\rangle, \left|{-}{-}\right\rangle\}$.

4) [1+1.5 puntos] Sea $\left|\psi_0\right\rangle = \frac{1}{10}\left|{+}{+}\right\rangle - \frac{7}{10}\left|{+}{-}\right\rangle + \frac{i}{10}\left|{-}{+}\right\rangle - \frac{7i}{10}\left|{-}{-}\right\rangle$.

a) Halla $\left|\alpha\right\rangle, \left|\beta\right\rangle \in \mathbb{C}^2$ normalizados tales que $\left|\psi_0\right\rangle = \left|\alpha\right\rangle \otimes \left|\beta\right\rangle$.

b) Completa razonadamente $\left|\psi_0\right\rangle$ a una base ortonormal $\{\left|\psi_0\right\rangle, \left|\psi_1\right\rangle, \left|\psi_2\right\rangle, \left|\psi_3\right\rangle\}$ de $\mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2$ tal que ninguno de los $\left|\psi_j\right\rangle$ corresponda a un estado entrelazado.