

---

Apellidos y nombre: .....  
..... DNI (o pasaporte): .....

---

1) Considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} i & -1-i \\ 2i & -1-2i \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ .

a) [2 puntos] Encuentra  $\vec{x}$  tal que  $A\vec{x} = \begin{pmatrix} 2+3i \\ 1+6i \end{pmatrix}$ .

b) [1.5 puntos] Calcula  $\text{rg}(I + A^2)$ .

2) Considera  $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  y  $f : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}^2$  definida por  $f\left(\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} a+b \\ c+d \end{pmatrix}$ .

a) [2 puntos] Comprueba que los elementos de  $\mathcal{B}$  son linealmente independientes en  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .

b) [1.5 puntos] Escribe la matriz de la aplicación lineal  $f$  cuando en  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  se emplea la base  $\mathcal{B}$  y en  $\mathbb{R}^2$  la base canónica  $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ . Calcula  $\dim \text{Im}(f)$  usando dicha matriz.

**3) [3 = 1 + 1 + 1 puntos]** Señala si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. En las dos primeras no es necesario justificar nada y un error penaliza  $-0,5$  (dejarlo en blanco no descuenta). En la tercera se requiere una breve justificación (un ejemplo si es cierta o una explicación si es falsa) y no hay penalización por error.

- V. ☐ F. ☐ Las coordenadas del polinomio  $3x^2 - 4x + 7$  son 2, 2, 5 en la base  $\mathcal{B} = \{x - x^2, 1 - 3x, 1 + x^2\}$  de  $\mathbb{R}_2[x]$ .
- V. ☐ F. ☐  $V = \{A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) : A + A^t = O\}$  es un espacio vectorial sobre  $\mathbb{R}$ .
- V. ☐ F. ☐ Existe una matriz  $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  distinta de  $O$  tal que  $(I + A)^{-1} = I - A$ .

Justificación:

---

**El espacio a partir de aquí lo puedes usar si el hueco destinado a alguno de los problemas no te es suficiente (por favor, indícalo).**

Primer parcial

MATEMÁTICAS I

Ingeniería Biomédica

22/oct/2025