

Inicial primer apellido

Álgebra, examen de la convocatoria extraordinaria.

1º DEL GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA, CURSO 2025-2026

18 DE JUNIO DE 2026

APELLIDOS Y NOMBRE _____ D.N.I. _____

Instrucciones: Justifica todas las respuestas. La duración es de 3 horas.

Problema 1. [2.5 puntos] Sea la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}$ dada por $f(x) = \lfloor x \rfloor$, donde $\lfloor x \rfloor$ es la parte entera de x , esto es, el mayor entero que es menor o igual que x . Responde razonadamente a las siguientes preguntas:

1. ¿Es f una función inyectiva?
2. ¿Es sobreyectiva?
3. ¿Cuál es el conjunto $f^{-1}(\{0,1,2\})$?

Problema 2. [2.5 puntos] Contesta razonadamente las dos preguntas siguientes:

1. [1.5 puntos] Una escuela compra material para una actividad y gasta exactamente 100 euros. Compra cuadernos pequeños, que cuestan 8 euros cada uno, y cuadernos grandes, que cuestan 12 euros cada uno.
Si en total compra más de 10 cuadernos y compra al menos 2 cuadernos de cada tipo, ¿cuántos cuadernos pequeños compra?
2. [1 punto] Escribe todas las soluciones en números enteros de la ecuación $2n + 3m = 25$.

Problema 3. [2.5 puntos] Sea $T: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la aplicación lineal con matriz asociada

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & -2 & -4 \\ 2 & -6 & -3 & 1 \\ -3 & 8 & 2 & a \end{pmatrix}.$$

Responde de manera razonada a las siguientes preguntas:

1. [1.5 puntos] Calcula los valores de a para los que el núcleo de T tiene dimensión mayor o igual que 2.
2. [1 punto] Para $a = -3$, halla una base del subespacio imagen de T .

Problema 4. [2.5 puntos] Decide razonadamente si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos:

- (a) [1 puntos] En \mathbb{R} , la relación $x \sim y \Leftrightarrow x + y \in \mathbb{Z}$ es una relación de equivalencia.
- (b) [0.75 puntos] Si $v_1, v_2, v_3 \in \mathbb{R}^n$ son vectores tales que v_1, v_2 son linealmente independientes y v_2, v_3 son linealmente independientes, entonces v_1, v_3 son linealmente independientes.
- (c) [0.75 puntos] Si B es un conjunto finito, el cardinal de su conjunto de partes $\mathcal{P}(B)$ es estrictamente mayor que el cardinal de B .