

APELLIDOS: \_\_\_\_\_

NOMBRE: \_\_\_\_\_

GRUPO

11\_

1	2	3	4	5	6	7	FINAL
<div></div>	<div></div>	<div></div>	<div></div>	<div></div>	<div></div>	<div></div>	<div></div>
10	10	10	10	10	10	10	70

Razonar debidamente las respuestas

Escribe cada ejercicio en una página/hoja

1. Decide si el siguiente enunciado es verdadero o falso:

- Si  $A, B, C$  son conjuntos entonces  $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ .

*Recuerda que si es verdadero has de dar una demostración y si es falso, un contraejemplo.*

2. En  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  se define la relación

$$(a, b) \mathcal{R} (n, m) \iff 2a + 3b = 2n + 3m.$$

- Demuestra que  $\mathcal{R}$  es una relación de equivalencia.
- Halla la clase de equivalencia de  $(3, 4)$ .

3. Calcula el resto de dividir  $7^{668} + 17^8 \cdot 19^6$  entre 18.

4. Un particular compra varios ratones a 4,80€ cada uno y varios teclados a 16,20€ cada uno. En total se gasta 66€. ¿Cuántos ratones y cuántos teclados compró?

*No serán válidas las soluciones por tanteo.*

5. Sea  $a \in \mathbb{R}$  un parámetro y sea  $U_a$  el subespacio de  $\mathbb{R}^4$  definido por las ecuaciones

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_3 + ax_4 = 0. \end{cases}$$

Calcula  $a$  para que  $\dim U_a = 2$  y para ese valor de  $a$ , halla una base de  $U_a$ .

(continúa en la siguiente página)

---

6. Sea la aplicación lineal  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^4$

$$f(x, y) = (3x + y, -x + y, -2x + y, 2x + y).$$

a) Calcula la matriz  $M_{\mathcal{B}\mathcal{B}'}(f)$  donde  $\mathcal{B}$  y  $\mathcal{B}'$  son las bases canónicas de  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^4$  respectivamente.

b) Sea  $U = \langle (1, 1, 0, 0), (1, -1, -1, 1) \rangle$  y  $V = \text{Im}(f)$ . Describe  $U + V$  como el conjunto de soluciones de un sistema lineal de ecuaciones, con el menor número de ecuaciones posible.

---

7. Sea  $a \in \mathbb{R}$  un parámetro. Dada la matriz

$$A_a = \begin{pmatrix} 2 - a & -2 + 2a \\ 1 - a & -1 + 2a \end{pmatrix},$$

calcula  $A_a^{200}$ .

---