

APELLOS: _____

NOMBRE: _____ DNI/NIE: _____ GRUPO: _____

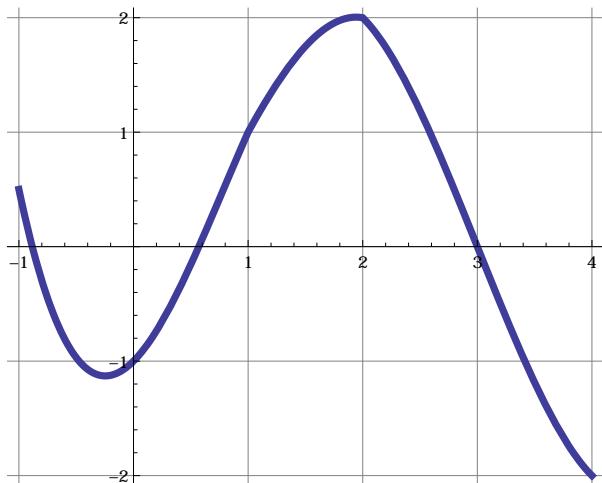
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>							
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-------------------------------------

1. **(1 punto)** Se considera el conjunto $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$. En cada una de las afirmaciones siguientes, señala con una V si es verdadera, y con una F si es falsa. No es necesaria una explicación.

Puntuación: $\frac{1}{10}$ de punto por cada respuesta correcta, 0 puntos por cada respuesta no contestada, $-\frac{1}{10}$ por cada respuesta incorrecta. Si la suma de estas calificaciones sale menor que cero, el ejercicio se puntúa con 0.

- | | | |
|--|---|--|
| a) $\emptyset \in A \cap \mathcal{P}(A)$. | e) $\{\emptyset\} \in \mathcal{P}(A) \setminus A$. | i) $\{\emptyset, \emptyset\} \in A \times A$. |
| b) $\emptyset \subset A \cap \mathcal{P}(A)$. | f) $\{\emptyset, \emptyset\} \in \{A, A\}$. | j) $(\emptyset, \emptyset) \in A \times A$. |
| c) $\{\emptyset\} \subset A \cap \mathcal{P}(A)$. | g) $A \subset \mathcal{P}(A)$. | |
| d) $\{\emptyset\} \subset \{A\} \cup \mathcal{P}(A)$. | h) $ \mathcal{P}(A) \setminus A < A $. | |

2. (1 punto) Se considera la función $f : [-1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ de la gráfica siguiente.



- a) Decide si f es inyectiva.
- b) Decide si f es sobreyectiva.
- c) Halla $f([1, 3])$.
- d) Representa en la gráfica $f^{-1}(-1)$ y halla $\text{card } f^{-1}(-1)$.

3. (1 punto) Se define la relación \mathcal{R} sobre \mathbb{R} : para $x, y \in \mathbb{R}$, se tiene que $x\mathcal{R}y$ cuando $(x + y + 2)(x - y) = 0$.

- a) Demuestra que \mathcal{R} es una relación de equivalencia.
- b) Describe por extensión la clase [3].
- c) Halla un $x \in \mathbb{R}$ tal que $\text{card}[x] = 1$.

4. (1 punto) Calcula todas las soluciones enteras de la ecuación

$$14x - 18y = -2.$$

De entre ellas, halla las que cumplen que $x > 10$ e $y < 15$. *Advertencia: No se admiten soluciones por tanteo.*

5. (1 punto) Halla las soluciones de la ecuación $\overline{30}x = \overline{40}$ en \mathbb{Z}_{35} .

6. (1 punto) Decide de manera razonada si $5^{1201} - 4$ es múltiplo de 18.

7. (2 puntos) Sean U y V los subespacios de \mathbb{R}^4

$$U = \langle (1, 1, -1, -1), (1, 1, 1, 1) \rangle, \quad V = \langle (1, -1, 1, -1), (1, 0, 1, 0) \rangle.$$

- a) Halla una base de $U \cap V$.
- b) Calcula $a \in \mathbb{R}$ para que el vector $\vec{w} = (1, a, -1, -1)$ esté en $U + V$. Para ese a , halla un $\vec{u} \in U$ y un $\vec{v} \in V$ tal que $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$.

8. (2 puntos) Una aplicación lineal $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ cumple

$$f(1, 0, 0, 0) = (1, 0, 0), \quad f(1, 1, 0, 0) = (1, 1, 0), \quad f(1, 1, 1, 0) = (1, 1, 1), \quad f(1, 1, 1, 1) = (1, 1, 1).$$

a) Calcula $f(2, 2, 1, 1)$.

b) Calcula $f^{-1}(1, 1, 1)$.