

APELLIDOS: \_\_\_\_\_

NOMBRE: \_\_\_\_\_ DNI/NIE: \_\_\_\_\_ GRUPO: \_\_\_\_\_

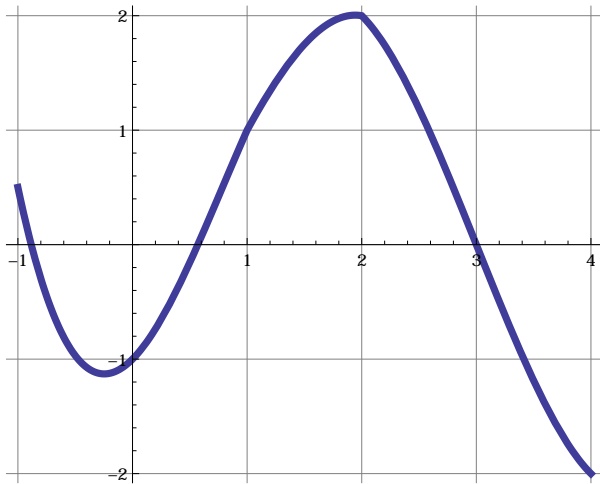
--	--	--	--	--	--	--	--	--

1. (1 punto) Se considera el conjunto  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ . En cada una de las afirmaciones siguientes, señala con una V si es verdadera, y con una F si es falsa. No es necesaria una explicación.

Puntuación:  $\frac{1}{10}$  de punto por cada respuesta correcta, 0 puntos por cada respuesta no contestada,  $-\frac{1}{10}$  por cada respuesta incorrecta. Si la suma de estas calificaciones sale menor que cero, el ejercicio se puntúa con 0.

- |  |   |  |
|--|---|--|
| a) $\emptyset \in A \cap \mathcal{P}(A)$ .             | e) $\{\emptyset\} \in \mathcal{P}(A) \setminus A$ . | i) $\{\emptyset, \emptyset\} \in A \times A$ . |
| b) $\emptyset \subset A \cap \mathcal{P}(A)$ .         | f) $\{\emptyset, \emptyset\} \in \{A, A\}$ .        | j) $(\emptyset, \emptyset) \in A \times A$ .   |
| c) $\{\emptyset\} \subset A \cap \mathcal{P}(A)$ .     | g) $A \subset \mathcal{P}(A)$ .                     |  |
| d) $\{\emptyset\} \subset \{A\} \cup \mathcal{P}(A)$ . | h) $ \mathcal{P}(A) \setminus A  <  A $ .           |  |

2. (1 punto) Se considera la función  $f : [-1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  de la gráfica siguiente.



- a) Decide si  $f$  es inyectiva.
- b) Decide si  $f$  es sobreyectiva.
- c) Halla  $f([1, 3])$ .
- d) Representa en la gráfica  $f^{-1}(-1)$  y halla  $\text{card } f^{-1}(-1)$ .

**3. (1 punto)** Se define la relación  $\mathcal{R}$  sobre  $\mathbb{R}$ : para  $x, y \in \mathbb{R}$ , se tiene que  $x\mathcal{R}y$  cuando  $(x + y + 2)(x - y) = 0$ .

- a) Demuestra que  $\mathcal{R}$  es una relación de equivalencia.
- b) Describe por extensión la clase  $[3]$ .
- c) Halla un  $x \in \mathbb{R}$  tal que  $\text{card}[x] = 1$ .

4. (1 punto) Calcula todas las soluciones enteras de la ecuación

$$14x - 18y = -2.$$

De entre ellas, halla las que cumplen que  $x > 10$  e  $y < 15$ . *Advertencia: No se admiten soluciones por tanteo.*

5. (1 punto) Halla las soluciones de la ecuación  $\overline{30}x = \overline{40}$  en  $\mathbb{Z}_{35}$ .

6. (1 punto) Decide de manera razonada si  $5^{1201} - 4$  es múltiplo de 18.

**7. (2 puntos)** Sean  $U$  y  $V$  los subespacios de  $\mathbb{R}^4$

$$U = \langle (1, 1, -1, -1), (1, 1, 1, 1) \rangle, \quad V = \langle (1, -1, 1, -1), (1, 0, 1, 0) \rangle.$$

- a) Halla una base de  $U \cap V$ .
- b) Calcula  $a \in \mathbb{R}$  para que el vector  $\vec{w} = (1, a, -1, -1)$  esté en  $U + V$ . Para ese  $a$ , halla un  $\vec{u} \in U$  y un  $\vec{v} \in V$  tal que  $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$ .

**8. (2 puntos)** Una aplicación lineal  $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$  cumple

$$f(1, 0, 0, 0) = (1, 0, 0), \quad f(1, 1, 0, 0) = (1, 1, 0), \quad f(1, 1, 1, 0) = (1, 1, 1), \quad f(1, 1, 1, 1) = (1, 1, 1).$$

a) Calcula  $f(2, 2, 1, 1)$ .

b) Calcula  $f^{-1}(1, 1, 1)$ .