

Hoja 8

Matemáticas I. Grado en Ingeniería biomédica

Los problemas que empiezan por 🌈 me parecen demasiado difíciles para un examen, pero interesantes.

1. Demuestra que estas aplicaciones son lineales y describe su efecto en el espacio.

(a) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f((x, y)) = (-x, -y)$.

(b) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f((x, y)) = (x, -y)$.

(c) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f((x, y)) = (x, 0)$.

(d) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow 0, f((x, y)) = 0$.

(e) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f((x, y)) = (x/2, y/2)$.

(f) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f((x, y)) = (y, x)$.

(g) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f((x, y)) = (x, y)$.

(h) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f((x, y)) = (x + y, x - y)$.

(i) $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, f((x, y, z)) = (x, y)$.

(j) $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, f((x, y, z)) = (-x, -y, z)$.

(k) 🌈 $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2,$
 $f((x, y)) = (x \cos \alpha - y \operatorname{sen} \alpha, x \operatorname{sen} \alpha + y \cos \alpha)$.

2. Demuestra que estas aplicaciones no son lineales.

(a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$.

(b) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = |x|$.

(c) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x + 1$.

(d) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f((x, y)) = (x + 1, y + 1)$.

3. ¿Cuáles de estas son aplicaciones lineales del espacio de matrices cuadradas a sí mismo? La matriz B es una matriz fija y no es 0.

(a) $A \mapsto A^t$

(b) $A \mapsto 2A$

(c) $A \mapsto AB$

(d) $A \mapsto AB^2$

(e) $A \mapsto BAB^{-1}$ (suponiendo que B es invertible)

(f) $A \mapsto A^2B$

(g) $A \mapsto A + B$

4. ¿Cuáles de estas son aplicaciones lineales del espacio de polinomios de grado ≤ 2 al espacio de polinomios de grado ≤ 4 ?

(a) $p(x) \mapsto p'(x)$

(b) $p(x) \mapsto x^2 p'(x) + p(x)$

(c) $p(x) \mapsto p(5)$

(d) $p(x) \mapsto p(x)^2$

(e) $p(x) \mapsto p(p(x))$