Universidad Autónoma de Madrid

Primer parcial de Matemáticas 1, primer curso del Grado en Ingeniería Biomédica.
18 de octubre de 2023.

Escribe **cuidadosamente** la respuesta: presenta una solución razonada y justificada, indicando los detalles y explicando el método utilizado.

---

1. (2 puntos) Calcula este determinante:

$$\det\begin{pmatrix}1 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 5 & 1\end{pmatrix}$$

2. Resuelve los sistemas en función de los parámetros (a, b y c para el primero y a y b para el segundo):

   (a) (2 puntos)

$$\left.\begin{array}{rrrcl} 2x & +y & +z & = & a\\ -4x & -3y & -z & = & b\\ 2x & +2y & +z & = & c\end{array}\right\}$$

   (b) (2 puntos)

$$\left.\begin{array}{rrrcl} ax & +ay & +az & = & 1\\ bx & +by & +bz & = & 2\\ x & +y & +z & = & 3\end{array}\right\}$$

3. (2 puntos) ¿Verdadero o falso? Justifica tu respuesta (en este y todos los problemas).

   (a) Si A y B son matrices cuadradas, $\det(A) = 1$ y $\det(B) = 2$, entonces hay una serie de operaciones elementales en las filas de A que la transforman en B.

   (b) Si una matriz A tiene más filas que columnas, entonces no hay ninguna columna b para la que el sistema $Ax = b$ sea compatible indeterminado.

   (c) Si A y B son dos matrices del mismo tamaño tales que los sistemas $Ax = 0$ y $Bx = 0$ son equivalentes, y A es escalonada, entonces B también lo es.

   (d) Si A es una matriz cuadrada con determinante 0, entonces el sistema $Ax = 0$ es compatible indeterminado.

   (e)

$$\det\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix} = -1$$

4. (2 puntos) Explica todos los errores en estos razonamientos y calcula el determinante correctamente:

$$\det\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & 2 & 1\\ 1 & -1 & 0\end{pmatrix} \overset{(a)}{=} \det\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\ 2 & 2 & 1\\ 1 & -1 & 0\end{pmatrix} \overset{(b)}{=} \det\begin{pmatrix}2 & 2\\ 1 & -1\end{pmatrix} = 2\cdot(-1) - 2\cdot 1 = -4$$

$$\det\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & 2 & 1\\ 1 & -1 & 0\end{pmatrix} \overset{(c)}{=} \det\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 2 & 0 & 1\\ 1 & -2 & 0\end{pmatrix} \overset{(d)}{=} -2\cdot\det\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 1\end{pmatrix} = -2\cdot(1\cdot 1 - 2\cdot 1) = 2$$

   (a) Reemplazar la fila 1 por 2 veces la fila 1 menos la fila 2.

   (b) Desarrollar por la fila 1.

   (c) Reemplazar la columna 2 por la columna 2 menos la columna 1.

   (d) Desarrollar por la columna 2.