

Universidad Autónoma de Madrid

Primer parcial de Matemáticas 1, primer curso del Grado en Ingeniería Biomédica.

19 de octubre de 2022.

Apellidos Nombre

Se pide escribir **cuidadosamente** la respuesta: presenta una solución razonada y justificada, indicando los detalles y explicando el método utilizado.

1. (2 puntos) ¿Verdadero o falso? Justifica tu respuesta (en este y todos los problemas).
 - (a) Si A es una matriz, b es un vector columna y el sistema $Ax = b$ es compatible, entonces para cualquier otro vector columna b' el sistema $Ax = b'$ también es compatible.
 - (b) Para cualesquiera dos matrices cuadradas del mismo tamaño A y B , $\det(AB) = \det(BA)$.
 - (c) Si de una matriz A se puede llegar a otra matriz B haciendo operaciones elementales por filas, y c es un vector columna que cumple que $Ac = 0$, entonces $Bc = 0$.
 - (d) Si A es una matriz $n \times m$ y v, w son dos vectores $m \times 1$ que cumplen que $Av = Aw = 0$, entonces cualquier vector u de $\langle v, w \rangle$, $Au = 0$.
2. (2 puntos) Calcula la inversa de esta matriz.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

3. (2 puntos) Calcula el núcleo de esta matriz, es decir, da un sistema generador o una parametrización de todos los elementos del núcleo.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & 7 & -7 \end{pmatrix}$$

4. (2 puntos)
 - (a) ¿Es la gráfica de $y = x^3$ un subespacio vectorial de \mathbb{R}^2 ?
 - (b) Si A y B son dos matrices con 3 columnas. ¿Es la unión de los núcleos de A y B un subespacio vectorial de \mathbb{R}^3 ? ¿Y la intersección?
5. (2 puntos) Resuelve el sistema en función del parámetro λ :

$$\left. \begin{array}{rcl} x & +\lambda y & -z = 2\lambda \\ & y & +z = \lambda + 2 \\ -x & +(2-\lambda)y & +4z = \lambda + 4 \end{array} \right\}$$