

S. Ramanujan fue un matemático con una gran habilidad para manipular series e integrales. Muchos de sus primeros resultados están basados en lo que hoy se conoce como *Ramanujan's master theorem*:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} x^{s-1} \left(\lambda(0) + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \lambda(n) x^n \right) dx = \frac{\lambda(-s)}{\text{sen}(\pi s)},$$

donde λ es una función analítica. Lo curioso de esta fórmula es que sin hipótesis muy restrictivas es falsa. Por ejemplo, para $\lambda(s) = -\text{sen}(\pi s)$ produce $0 = 1$. Ramanujan, incluso con una formación muy pobre en variable compleja, tuvo la intuición de aplicarla en multitud de casos en que es válida.

También obtuvo algunas fórmulas finitas antes de adquirir una educación matemática más sólida. Desde la humilde curiosidad

$$2 \sqrt[4]{\frac{3 + 2\sqrt[4]{5}}{3 - 2\sqrt[4]{5}}} = 3 + \sqrt[4]{5} + \sqrt{5} + \sqrt[4]{125},$$

que cualquier estudiante con tiempo y ganas podría probar, hasta la engañosamente simple

$$\left(\sqrt[3]{\cos 80^\circ} + \sqrt[3]{\cos 40^\circ} - \sqrt[3]{\cos 20^\circ} \right)^3 + 3 = \frac{3^{5/3}}{2},$$

que daría muchísimo trabajo a un buen estudiante del grado de matemáticas, sobre todo si no ha cursado Teoría de Galois.

El álgebra lineal no despertó gran interés en Ramanujan y además en su tiempo no era tan común como hoy en día. Seguramente habría disfrutado con algunas consecuencias aritméticas del *matrix determinant lemma* que permite calcular el determinante de una suma de matrices si la segunda tiene rango uno. Concretamente, si \vec{u} es un vector columna, \vec{v} es un vector fila y A una matriz cuadrada, todos de dimensiones coherentes, se cumple

$$|A + \vec{u}\vec{v}| = (1 + \vec{v}A^{-1}\vec{u})|A|.$$

El caso en que $A = (a_{ij})_{i,j=1}^2$ es de determinante δ corresponde a:

$$\left| \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_1 v_1 & u_1 v_2 \\ u_2 v_1 & u_2 v_2 \end{pmatrix} \right| = \left(1 + (v_1 \ v_2) \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \right) \delta.$$