La ecuación de Schrödinger para una partícula cuántica de masa m en un campo con un potencial V, por ejemplo un electrón en un átomo, es:

$$i\hbar\partial_t\Psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi + V\Psi.$$

Aquí i es el $\sqrt{-1}$ típico, $\hbar$ denota la constante de Planck reducida y ∇^2 es el laplaciano, que los matemáticos solemos escribir Δ.

Si el electrón es libre, la ecuación correcta para tener en cuenta los efectos relativistas es la de Dirac:

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\Psi = 0$$

donde $\gamma^\mu\partial_\mu$ abrevia $\sum_{\mu=0}^{3}\gamma^\mu\partial_\mu$ y los γ^μ son números más raros que los complejos, habitualmente expresados con matrices. ¿De dónde salen?

La teoría sugería que la ecuación tenía que ser de primer orden y que también se debía cumplir la ecuación de Klein-Gordon (hoy en día asociada a bosones escalares como el de Higgs) dada, en ciertas unidades, por:

$$(\partial_t^2 - \nabla^2 + m^2)\Psi = 0.$$

Al igual que el polinomio $x^2 + y^2$ se descompone como $(x + iy)(x - iy)$ introduciendo i, Dirac se preguntó qué números tenía que inventarse para factorizar $\partial_t^2 - \nabla^2 + m^2$ en dos operadores de primer orden y llegó a γ^0, γ^1, γ^2 y γ^3. Los tres últimos generalizan a i porque sus cuadrados dan -1 y lo más extraño de todo es que $\gamma^\mu\gamma^\nu = -\gamma^\nu\gamma^\mu$ para $\mu \neq \nu$.

Algunos creen que los números complejos no sirven para nada porque no existen. Sin embargo, los físicos utilizan números hipercomplejos para describir los electrones y consideran $ab \neq ba$ algo cotidiano. Por ejemplo, la relación de incertidumbre de Heisenberg la escriben como $xp - px = i\hbar$, que significa $(xf)' - xf' = f$, esto es, derivar y multiplicar no son intercambiables.