
Instrucciones:

- La duración del examen es 1h 50m.
 - Puedes conservar esta hoja de enunciados.
 - Recuerda poner el nombre en las hojas que entregues.
-

1) [3.5 puntos] Calcula la fracción continua de $\frac{1}{2}(3 + \sqrt{1 + 2/n})$ para $n \in \mathbb{Z}^+$ arbitrario.

2) [3 puntos] Explica la igualdad

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{|\sin n|}{2 + \cos n} = \frac{\log 3}{\pi}.$$

Indicación: $g(x) = g(\lambda \lambda^{-1}x) = g(\lambda[\lambda^{-1}x] + \lambda \text{Frac}(\lambda^{-1}x))$ para $\lambda \neq 0$.

3) [2.5 puntos] Sea $D \in \mathbb{Z}^+$ tal que la fracción continua de \sqrt{D} es de la forma $[n, \overline{1, 1, 1, 2n}]$. Demuestra que $n \equiv -1 \pmod{3}$.

4) [1 punto] Comprueba que $Q_1 = 4x^2 - 2xy + y^2$ y $Q_2 = 4x^2 + 2xy + y^2$ son formas cuadráticas equivalentes. ¿Qué matriz de $\text{SL}_2(\mathbb{Z})$ las relaciona?
