

---

Apellidos y nombre: .....

..... DNI (o pasaporte): .....

---

- Debes escribir un razonamiento válido que conduzca al resultado final, excepto en el último ejercicio en el que no es necesario añadir justificaciones, solo marcar las soluciones en esta hoja.
  - Como es habitual, log indica el logaritmo neperiano.
  - A las 13:00 todos los exámenes deben estar entregados.
- 

1) [1.5 puntos] Calcula el valor exacto de  $(i - 1)^8 + (1 - i)^8$ .

2) [1.5 puntos] Decide si la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{5^n (n!)^2}$  converge.

3) [1.5 puntos] Estudia razonadamente la continuidad de la siguiente función en  $\mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen}^2(x^2)}{x^2} & \text{si } x < 0, \\ 0 & \text{si } x = 0, \\ e^{-1/x^2} & \text{si } 0 < x \leq 1, \\ \left(\frac{x+1}{3x-1}\right)^{1/(x-1)} & \text{si } x > 1. \end{cases}$$

4) [1 punto] Halla la derivada de  $f(x) = e^{2\log(x-23)}$  en  $x = 2023$  tratando de simplificar el resultado lo más posible.

5) [1.5 puntos] Calcula el área limitada entre la gráfica de  $f(x) = (1 - x^2)e^x$  y el intervalo  $[-1, 1]$  del eje  $X$ .

6) [1 punto por acierto, -0.5 fallo, 0 blanco] Indica si es verdadero o falso.

V.  F.  Toda función que satisface  $0 \leq f(x) \leq x^2$  para todo  $x \in \mathbb{R}$  cumple  $f'(0) = 0$ .

V.  F.  El coeficiente de  $x^8$  en el desarrollo de Taylor de  $f(x) = \log(1 + 2x^2)$  alrededor del origen es  $-4$ .

V.  F.  Toda sucesión positiva acotada superiormente por 1 es convergente.