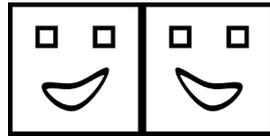


Figuras y colores

Vamos a practicar con un *smiley* geométrico y con su imagen especular. Recuerda que los ficheros de imágenes [sright.png](#) y [sleft.png](#) los tienes disponibles en la *web* de la asignatura.



sright

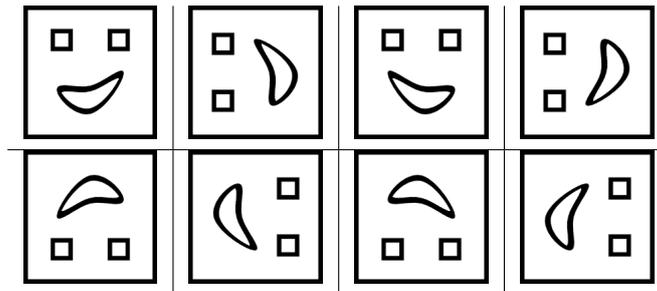


sright y sleft



sright relación 2:1

La acción del grupo diédrico D_4 de ocho elementos (también a veces denotado con D_8) sobre el *smiley* está recogida en la siguiente tabla que ha sido creada con un solo entorno tabular dentro de un entorno center.



Este grupo es el grupo de Galois del cuerpo de descomposición $x^4 - 2$ y sirve como ejemplo del famoso resultado:

Teorema (de Galois). *Sea $P \in \mathbb{Q}[x]$ no constante y sea L su cuerpo de descomposición. El grupo de Galois $\mathcal{G}(L/\mathbb{Q})$ es soluble si y solo si P es soluble por radicales.*

El grupo es soluble debido a la serie de composición

$$\{e\} \triangleleft C_2 \triangleleft C_4 \triangleleft D_4 \quad \text{con} \quad [D_4 : C_4] = [C_4 : C_2] = 2.$$

Obviamente, el polinomio $x^4 - 2$ es soluble por radicales porque sus raíces son $\sqrt[4]{2}$, $-\sqrt[4]{2}$, $i\sqrt[4]{2}$ y $-i\sqrt[4]{2}$, en definitiva, todas las raíces cuartas de 2.