¿Qué hay que saberse?

La respuesta socarrona es todo pero quizá te sea de interés dar un vistazo a los siguientes puntos:

- Dada una matriz cuadrada A sus autovalores, o valores propios, se hallan resolviendo la ecuación característica $\det(A - \lambda I) = 0$. Para cada autovalor $\lambda = \lambda_j$ los autovectores, o vectores propios, son los vectores no nulos que verifican $(A - \lambda_j I)\vec{v} = \vec{0}$.

- Una matriz cuadrada A es diagonalizable hay suficientes autovectores para formar una base. En ese caso, si C es la matriz formada por dicha base de autovectores se tiene $C^{-1}AC = D$, por la fórmula de cambio de base, donde D es la matriz diagonal con elementos dados por los autovalores correspondientes a los autovectores de la base (preservando el orden).

- Se puede probar que si la ecuación característica tiene tantas soluciones como su grado (y por tanto no hay raíces repetidas), la matriz es diagonalizable. Si hay raíces repetidas, el número de autovectores linealmente independientes correspondientes a un autovalor que es una raíz repetida es a lo más la multiplicidad (el número de repeticiones).

- El teorema espectral asegura que las matrices que conmutan con sus traspuesta conjugada diagonalizan en una base ortonormal. En particular, este es el caso para matrices reales simétricas o para matrices complejas iguales a sus traspuesta conjugada. En estos dos casos, además, los autovalores son reales.

- Si A es diagonalizable, la ecuación de recurrencia $\vec{x}_{k+1} = A\vec{x}_k$ y la ecuación diferencial $\vec{x}\,' = A\vec{x}$ admiten soluciones de la forma $\vec{x}_k = CD_1C^{-1}\vec{x}_0$ y $\vec{x} = CD_2C^{-1}\vec{x}_0$, respectivamente, con $\vec{x}_0$ el vector inicial. Las matrices D_1 y D_2 son matrices diagonales con una fórmula sencilla en términos de los autovalores: la diagonal es λ_j^k en el primer caso y $e^{\lambda_j t}$ en el segundo.

- Si una matriz no es diagonalizable, siempre en cierta base se puede conseguir que sea casi diagonal, en el sentido de que aparezcan unos por encima de la diagonal entre autovalores repetidos. Esta es la llamada forma canónica de Jordan. En dimensiones 2 y 3, las únicas que consideramos, basta contar autovectores independientes para decidir entre las posibles formas canónicas de Jordan.