¿Qué hay que saberse?

La respuesta socarrona es todo pero quizá te sea de interés dar un vistazo a los siguientes puntos:

- Un espacio vectorial es un conjunto formado por elementos llamados vectores que se pueden sumar entre sí y multiplicar por números de un cuerpo K (en este curso $\mathbb{R}$ o $\mathbb{C}$) sin salirnos del espacio y con unas propiedades básicas. Un subespacio es un espacio vectorial dentro de otro. Para probar que un conjunto V es subespacio, hay que comprobar que $\lambda\vec{u}+\mu\vec{v} \in V$ para $\vec{u}, \vec{v} \in V$ y $\lambda, \mu \in K$.
- Las combinaciones lineales de un conjunto finito de vectores son todas las posibles sumas de múltiplos suyos. Se dice que los vectores son linealmente independientes si estas sumas dan $\vec{0}$ solo cuando los múltiplos son nulos.
- Una base de un espacio vectorial es un conjunto de vectores linealmente independientes cuyas combinaciones lineales dan lugar a todo el espacio. El número de tales vectores es la dimensión del espacio. Las coordenadas de un vector en esa base son los coeficientes de la combinación lineal. El paso a coordenadas permite identificar cualquier espacio de dimensión finita n con K^n.
- Se tiene $\dim\{\vec{x} \in K^n \ : \ A\vec{x} = \vec{0}\} = n - \operatorname{rg}(A)$ y la dimensión de las combinaciones lineales de unos vectores en K^n es el rango de la matriz que forman.
- Una aplicación lineal es una función entre espacios vectoriales que preserva las combinaciones lineales. Una vez fijadas bases, adquiere la forma $\vec{y} = A\vec{x}$. Se dice que A es la matriz de la aplicación lineal. Sus columnas son las coordenadas de las imágenes de los elementos de la primera base.
- Se llama núcleo de una aplicación lineal $f : V \longrightarrow W$ a los vectores de V que se aplican en $\vec{0}$ e imagen a todos los de $f(V)$. Sus dimensiones son $\dim(V) - \operatorname{rg}(A)$ y $\operatorname{rg}(A)$, respectivamente, con A la matriz de la aplicación. Una base del núcleo, en coordenadas, se calcula resolviendo $A\vec{x} = \vec{0}$ por eliminación de Gauss y una base de la imagen con las columnas pivote de A.
- Si usando una base $\mathcal{B}$ la matriz de $f : V \longrightarrow V$ es A, en otra base $\mathcal{B}'$ será $C^{-1}AC$ donde las columnas de C son las coordenadas de los elementos de $\mathcal{B}'$ en la base $\mathcal{B}$.
- Para obtener las ecuaciones de un subespacio de K^n generado por ciertos vectores que conforman una matriz A, se aplica eliminación de Gauss a $(A|\vec{x})$ y se impone que sea compatible.