
Una de las fórmulas más famosas de Ramanujan afirma que para $t \in (-\pi, \pi)$

$$\text{(R)} \qquad \left(1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(nt)}{\cosh(\pi n)}\right)^{-2} + \left(1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cosh(nt)}{\cosh(\pi n)}\right)^{-2} = \frac{2}{\pi}\Big(\int_0^{\infty} x^{-1/4} e^{-x}\, dx\Big)^4.$$

La expresión de la derecha es una constante, aproximadamente 1.435540, mientras que resulta bastante increíble que el primer miembro no dependa en realidad del valor de t.

Desde el punto de vista actual, (R) no es de las identidades más originales o profundas dentro de la producción de Ramanujan pues se puede deducir combinando varios resultados de funciones elípticas que eran conocidos en su tiempo. De todas formas a nadie se le había ocurrido esta bella identidad. Como en otras ocasiones, desconocemos la prueba de Ramanujan y uno se pregunta cómo pudo llegar a ella cuando su formación autodidacta no parece que incluyera grandes conocimientos de variable compleja.

El plan es obtener una demostración de (R) a través de varios problemas especiales y de resultados del curso.
