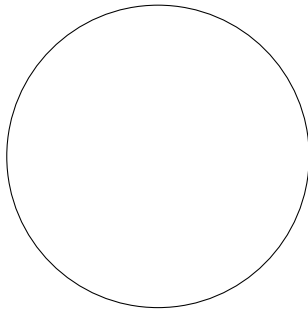


APELLIDOS: _____

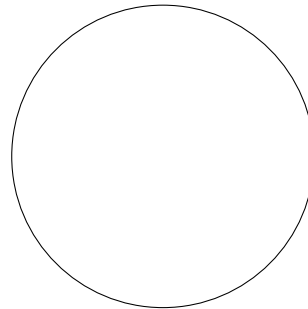
NOMBRE: _____

Firma en las partes que vas a entregar

TEMAS 1,2,3



TEMAS 4,5,6



1

10

2

10

3

10

4

10

TEMAS 1,2,3

40

5

10

6

10

7

10

8

10

TEMAS 4,5,6

40

TOTAL

80

Os recuerdo que para aprobar la asignatura por la Opción 1:
obtuviste una calificación de al menos un 4,5 en la parte de TEMAS 1,2,3
y una calificación de al menos 12 en la parte de TEMAS 4,5,6

TEMAS 1,2,3

Razonar debidamente las respuestas

- **ENUNCIAR** todos los resultados que utilices.

Por cada resultado que utilices que no enuncies se te restará 2.

1. Dada la sucesión definida de forma recursiva como

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{1}{n+1} \sum_{k=1}^n a_k, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Determina si $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ es convergente, en caso afirmativo calcula $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$

2. Determina para que valores de $a, b \in \mathbb{R}$, $a \geq b$, se tiene que la serie siguiente converge:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{2n-1} - \frac{b}{2n+1} \right).$$

3. Determina si la siguiente serie converge, en caso afirmativo calcula el valor exacto de su suma:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{3^{n+1} - 2^{n-3}}{4^n} \right).$$

4. Decida razonadamente si la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{e^{2n} \sqrt{n}}{(n!)^2}$$

diverge, converge condicionalmente o converge absolutamente.

TEMAS 4,5,6

Razonar debidamente las respuestas

Si sólo entregas esta parte
tienes 1h 45 min

- **ENUNCIAR** todos los resultados que utilices.

Por cada resultado que utilices que no enuncies se te restará 2.

5. Calcula los siguientes límites:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x^2}{x + |\operatorname{sen}(1/x)|} \right).$
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a \operatorname{sen}(bx) - b \operatorname{sen}(ax)}{x^3} \right)$ en función de $a, b \in \mathbb{R}.$
-

6. Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} \log(x^2) & x \in \mathbb{R} \setminus (-1, 1), \\ -x^2 + 1 & x \in [-1, 1]. \end{cases}$$

Determine razonadamente:

- El dominio de f .
 - Continuidad y derivabilidad.
 - Asíntotas.
 - Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
 - Los máximos y mínimos locales de f .
 - Los máximos y mínimos absolutos de f .
 - Intervalos de concavidad y convexidad.
 - Esboza la gráfica de f .
-

7. Sea la función

$$F(x) = \int_x^{x^2} e^{t^2} dt.$$

- Demuestra que F es diferenciable en $\mathbb{R}$.
- Calcula el polinomio de Taylor de $F(x)$ de grado 2 en $x = 0$.
- Determina

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x}.$$

8. Sean $b, c \in \mathbb{R}$ tales que $\Delta = b^2 - 4c < 0$. Calcula la siguiente integral indefinida

$$\int \frac{dx}{x^2 + bx + c}.$$
