

APELLIDOS, NOMBRE: _____

1	2	3	4	5	FINAL
<input style="width: 50px; height: 50px;" type="text"/>	<input style="width: 50px; height: 50px; border: 2px solid black;" type="text"/>				
15	32	10	10	15	82

No se pueden usar apuntes, libros u otros materiales, excepto calculadora científica básica.
Razonar las respuestas. Aquellas soluciones que no sean justificadas no serán dadas como válidas.

1. Sea el código binario siguiente

$$C = \{11000, 10001, 01001, 01110, 10110, 00000, 11111, 00111\}$$

- (a) Determina si C es lineal.
- (b) Determina los parámetros $(n, M, d)_2$ de C .
- (c) En el caso en el que C sea lineal muestra todos los elementos del código C^\perp .

2. Queremos transmitir con pocos errores mensajes formados por las 25 letras del alfabeto castellano sin incluir la Ñ ni la W. Para hacerlo, numeramos las letras como de costumbre:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	X	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24

Escribimos cada una como un número de dos cifras en base 5, $x_1 5 + x_2$, y hacemos corresponder al par de letras numeradas como $x_1 5 + x_2, x_3 5 + x_4$ el vector $(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{F}_5^4$. Resulta de la siguiente forma:

$$AA = 0000, AB = 0001, AC = 0002, \dots, AY = 0043, AZ = 0044, BA = 0100, \dots, ZY = 4443, ZZ = 4444.$$

Para tener capacidad de corregir errores, empleamos el código lineal sobre \mathbb{F}_5 generado por la matriz

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

El par de letras correspondiente al vector $(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{F}_5^4$ se transmite entonces como $(x_1, x_2, x_3, x_4)G$.

- (a) Encuentra la matriz de paridad de este código y determina su distancia.
- (b) Recibes el mensaje 003301, 340044, 011300, 040314 ¿Qué te han querido decir?
- (c) Demuestra en que condiciones es correcta la respuesta que das.

3. Sea C un código de Hamming $\mathcal{H}_q(r)$ y H su matriz (de control) de paridad. Demostrar que todo vector de \mathbb{F}_q^r es \mathbb{F}_q -proporcional a una columna de H .

4. ¿Todo código lineal perfecto con distancia 3 tiene los parámetros de un código de Hamming?

5. ¿Existe un código perfecto con 3^{10} elementos y distancia 3? En caso afirmativo construirlo: en el caso de ser lineal basta con dar su matriz de paridad y si no es lineal dando sus 3^{10} elementos.

