

APELLIDOS: _____

NOMBRE: _____

GRUPO
111

1	2	3	4	5	6	7	FINAL
10	10	10	10	10	10	10	70

Razonar debidamente las respuestas

Escribe cada ejercicio en una página/hoja

1. Decide si el siguiente enunciado es verdadero o falso:

- Si A, B, C son conjuntos entonces $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.

Recuerda que si es verdadero has de dar una demostración y si es falso, un contraejemplo.

2. En $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ se define la relación

$$(a, b) \mathcal{R} (n, m) \iff 2a + 3b = 2n + 3m.$$

- a) Demuestra que \mathcal{R} es una relación de equivalencia.
- b) Halla la clase de equivalencia de $(3, 4)$.

3. Calcula el resto de dividir $7^{668} + 17^8 \cdot 19^6$ entre 18.

4. Un particular compra varios ratones a 4,80€ cada uno y varios teclados a 16,20€ cada uno. En total se gasta 66€. ¿Cuántos ratones y cuántos teclados compró?

No serán válidas las soluciones por tanteo.

5. Sea $a \in \mathbb{R}$ un parámetro y sea U_a el subespacio de \mathbb{R}^4 definido por las ecuaciones

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_3 + ax_4 = 0. \end{cases}$$

Calcula a para que $\dim U_a = 2$ y para ese valor de a , halla una base de U_a .

(continúa en la siguiente página)

6. Sea la aplicación lineal $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^4$

$$f(x, y) = (3x + y, -x + y, -2x + y, 2x + y).$$

a) Calcula la matriz $M_{\mathcal{B}\mathcal{B}'}(f)$ donde \mathcal{B} y \mathcal{B}' son las bases canónicas de \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^4 respectivamente.

b) Sea $U = \langle (1, 1, 0, 0), (1, -1, -1, 1) \rangle$ y $V = \text{Im}(f)$. Describe $U + V$ como el conjunto de soluciones de un sistema lineal de ecuaciones, con el menor número de ecuaciones posible.

7. Sea $a \in \mathbb{R}$ un parámetro. Dada la matriz

$$A_a = \begin{pmatrix} 2 - a & -2 + 2a \\ 1 - a & -1 + 2a \end{pmatrix},$$

calcula A_a^{200} .
