

Sistemas de ecuaciones lineales

1. Aplica el método de Gauss para discutir y resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales.

$$\begin{array}{lll}
 \left. \begin{array}{l} x_2 - 3x_3 = -5 \\ a) \quad 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 7 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 10 \end{array} \right\} & \left. \begin{array}{l} 3x_1 - 10x_2 - x_3 = -15 \\ b) \quad 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ x_1 + 14x_2 + 7x_3 = -1 \end{array} \right\} & \left. \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ c) \quad -x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ -x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 4 \end{array} \right\} \\
 \left. \begin{array}{l} 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 9 \\ d) \quad 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 4 \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 = 9 \end{array} \right\} & \left. \begin{array}{l} x_1 - 2x_2 + x_3 = 7 \\ e) \quad 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 6 \end{array} \right\} & \left. \begin{array}{l} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ f) \quad -x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - 2x_3 = 0 \end{array} \right\} \\
 \left. \begin{array}{l} x + y + z + t = 0 \\ g) \quad y - z = 5 \\ x + z + 2t = 1 \\ x + 2y = 0 \end{array} \right\} & \left. \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \\ h) \quad x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = -2 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 0 \end{array} \right\} & \left. \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ i) \quad -x_1 + x_2 + 9x_4 = 0 \\ -x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 - 5x_3 + 2x_4 = 0 \end{array} \right\}
 \end{array}$$

Solución: a) $(\frac{67}{11}, -\frac{28}{11}, \frac{9}{11})$; b) incompatible; c) $\{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2} - \alpha, \alpha) \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$; d) $(1, 13, 33)$; e) $(2, 8, 21)$; f) $(0, 0, 0)$; g) $(-8, 4, -1, 5)$; h) $(-1, 0, 1)$; i) $\{(59\alpha, -22\alpha, -17\alpha, 9\alpha) \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$.

2. Cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones tiene dos términos independientes. Resuélvelos a la vez mediante el método de Gauss.

$$\begin{array}{ll}
 a) \quad \left. \begin{array}{l} 2x_1 - 4x_2 = 10 \\ x_1 - 3x_2 + x_4 = -4 \\ x_1 - x_3 + 2x_4 = 4 \\ 3x_1 - 4x_2 + 3x_3 - x_4 = -11 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -8 \\ -2 \\ 9 \\ -15 \end{array} & b) \quad \left. \begin{array}{l} 2x_1 - 4x_2 = 10 \\ x_1 - 3x_2 = -4 \\ x_1 - x_3 = 4 \\ 4x_1 - 7x_2 - x_3 = 10 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -8 \\ -2 \\ 9 \\ -15 \end{array} \\
 c) \quad \left. \begin{array}{l} 2x_1 - 4x_2 = 10 \\ x_1 - 3x_2 + x_4 = -4 \\ x_1 - x_3 + 2x_4 = 4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -8 \\ -2 \\ 9 \end{array}
 \end{array}$$

Solución: a) $(\frac{97}{13}, \frac{16}{13}, -\frac{157}{13}, -\frac{101}{13})$ y $(0, 2, -1, 4)$; b) $(23, 9, 19)$ e incompatible; c) $\{(23 + 2\alpha, 9 + \alpha, 19 + 4\alpha, \alpha) \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$ y $\{(-8 + 2\alpha, -2 + \alpha, -17 + 4\alpha, \alpha) \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$.

3. Discute los siguientes sistemas de ecuaciones en función de los valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{array}{ll}
 a) \quad \left. \begin{array}{l} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = a \\ x + y + az = a^2 \end{array} \right\} & b) \quad \left. \begin{array}{l} 3x - y = ax \\ 5x + y + 2z = ay \\ 4y + 3z = az \end{array} \right\}
 \end{array}$$

4. Discute el siguiente sistema de ecuaciones en función de los valores de los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - ay + bz = 4 \\ x + z = 2 \\ x + y + z = 2 \end{array} \right\}$$

5. Resolver usando la Regla de Cramer:

$$\begin{array}{ll}
 \text{(i)} \quad \left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y + 4z = 1 \\ 2x - y + z = 0 \\ x + 2y + 3z = 1 \end{array} \right. & \text{(ii)} \quad \left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y + 4z + t = 1 \\ 2x - y + z - 3t = 6 \\ x + 2y + 3z - t = 1. \end{array} \right.
 \end{array}$$