PROGRAMA

Tema 1. Lógica elemental.

- Proposiciones. Cuantificadores. Métodos de demostración.

Tema 2. Conjuntos.

- Formas de especificar un conjunto. El conjunto vacío. Relación de inclusión. Operaciones con conjuntos. Partes de un conjunto. Producto cartesiano de dos conjuntos. Álgebra de Boole. Conjunto universal (Paradojas).

Tema 3. Funciones.

- Concepto de función. Gráficas. Funciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas. Ejemplos. Composición de funciones y función inversa. Comportamiento respecto a la unión, la intersección y el complementario

Tema 4. Relaciones.

- Relaciones. Relación binaria sobre un conjunto. Propiedades reflexiva, simétrica, antisimétrica y transitiva.
- **Relaciones de orden**. Máximos, mínimos, elementos maximales y minimales, Cotas, supremos e ínfimos. Relaciones de orden total. Axioma de elección, conjuntos inductivos, lema de Zorn. Ejemplos y aplicaciones.
- **Relaciones de equivalencia**. Clases de equivalencia. Particiones y conjunto cociente. Funciones definidas en el conjunto cociente.

Tema 5. Cardinalidad

- Conjuntos finitos. Números combinatorios. Teorema del binomio de Newton. Principio del palomar.
- Conjuntos equipotentes. Teorema de Cantor-Schröder- Bernstein. Idea de cardinal. Conjuntos numerables y no numerables y sus propiedades. La hipótesis del continuo.

Tema 6. Estructuras Algebraicas y Números.

- Operaciones binarias: magmas, semigrupos, monoides, grupos, anillos, cuerpos.
- Los números enteros $\mathbb{Z}$ y los números racionales $\mathbb{Q}$.
- Los número reales $\mathbb{R}$ Construcciones de los números reales.
- Los números complejos $\mathbb{C}$. Representación geométrica. Forma polar. Potencias y raíces de un número complejo. Raíces de la unidad.

Tema 7. Teoría de Números elemental.

- **Aritmética de enteros.** Divisibilidad en los enteros. Teorema de la división, máximo común divisor y mínimo común múltiplo. Algoritmo de Euclides. Identidad de Bézout. Números primos entre sí. Números Primos. Teorema de Euclides. Teorema fundamental de la aritmética. Ecuaciones diofánticas.
- **Congruencias.** Congruencias módulo n. Ecuaciones lineales en congruencias. Sistemas de congruencias y el teorema chino del resto. El teorema pequeño de Fermat. La función ϕ de Euler y el teorema de Euler.

Tema 8. Polinomios.

- Anillos de polinomios. Grado de un polinomio. Teorema de la división. Ceros de un polinomio. Multiplicidad. Funciones polinómicas. Unidades y polinomios irreducibles. Factorización. El Lema de Gauss y sus consecuencias. Irreducibilidad en $\mathbb{Z}[x]$. Criterio de Eisenstein. Teorema fundamental del álgebra. Polinomios irreducibles en $\mathbb{C}[x]$ y en $\mathbb{R}[x]$.

OBJETIVOS DEL CURSO

- Reforzar la capacidad del estudiante para el razonamiento lógico, en particular, para entender y generar por su propia cuenta demostraciones matemáticas.
- Familiarizarse con los distintos conjuntos de números que se utilizan en Matemáticas, recorriendo el camino histórico desde los números naturales, a través de los enteros y los racionales y terminando con la construcción de los números reales y complejos.
- Estudiar la divisibilidad y las congruencias como antesala de algunos resultados sencillos de Teoría de Números, que sirven para probar la madurez lógica alcanzada
- Habituarse al manejo de polinomios junto con su factorización en irreducibles.

BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA

- Córdoba, A., La saga de los números. *Editorial Crítica* , 2006.
- Cupillari, A., The Nuts and Bolts of Proofs, Third Edition, *Academic Press* , 2005.
- Devlin, K., Sets, functions, and logic: an introduction to abstract mathematics. *Chapman - Hall*, 1995.
- Dorronsoro, J y Hernández E, Números, grupos y anillos *Addison Wesley Iberoamericana*, 1996.
- Eccles, P.J. An Introduction to Mathematical Reasoning: Numbers, Sets and Functions. *Cambridge University Press*, 1997.
- Gilbert, W. J. y Vanstone S. A., An introduction to mathematical thinking: algebra and number systems. *Pearson Prentice Hall*, 2005.
- Guzmán, M., Cómo hablar, demostrar y resolver en Matemáticas. *Anaya*, 2004.
- Halmos P., Naive Set Theory. *Springer*, 1974.
- Hamilton, A.G., Numbers, sets and axioms, the apparatus of mathematics. *Cambridge University Press*, 1982.
- Liebeck M. W., A concise introduction to pure mathematics. *CRC Press, Taylor - Francis group*, 2011.

EXÁMENES

Primer Parcial	Segundo Parcial	Final Ordinario	Final Extraordinario
20 de octubre	24 de noviembre	15 de enero	17 de junio

EVALUACIÓN

La calificación final en la convocatoria ordinaria (resp. extraordinaria), **T**, se calculará teniendo en cuenta la nota obtenida en el examen final ordinario (resp. extraordinaria), **F**, y la nota obtenida en los parciales **P**, del modo que se explica a continuación. La nota correspondiente a los parciales será:

$$\mathbf{P} = \mathrm{Max}\{(0{,}3 * \mathbf{P_1}) + (0{,}7 * \mathbf{P_2}), (0{,}7 * \mathbf{P_1}) + (0{,}3 * \mathbf{P_2})\},$$

donde $\mathbf{P_1}$ (resp. $\mathbf{P_2}$) denota la calificación del primer parcial (resp. segundo parcial). Entonces:

$$\boxed{\mathbf{T}=\mathrm{Max}\{\mathbf{F},\ (0.3*\mathbf{P}+0.7*\mathbf{F})\}+0.1*\mathbf{C}}$$

donde **C** es la nota de participación en las clases prácticas.

Para aprobar la asignatura se ha de obtener $\mathbf{T} \geq 5$. Todas las calificaciones van de 0 a 10.

HORARIOS y AULAS

Aula Teoría	Horario
01.16.AU.101-4	L-J 11:30–12:30

Aula Prácticas (7111)	Horario
01.16.AU.101-4	J 12:30–14:30
Aula Prácticas (7112)	Horario
01.16.AU.101-6	X 12:30–14:30

PROFESORES y TUTORÍAS

Profesor Teoría	Despacho	email
Enrique González Jiménez	01.17.509	`enrique.gonzalez.jimenez@uam.es`

Profesor Prácticas	Despacho	email
Sergio García	01.17.103	`sergio.garciar@uam.es`

Tutorías: Solicitar cita.