CONJUNTOS Y NÚMEROS (19-9-2022)	Grado en Matemáticas Curso 2023–24	Hoja nº 2

Conjuntos

1. Sean $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}, T = \{3, 4, 5, 7, 8, 9\}, U = \{1, 2, 3, 4, 9\}, V = \{2, 4, 6, 8\}$ subconjuntos del conjunto $\mathbb{N}$ (de números naturales). Calcular:

a) $S \cap U$.

b) $(S \cap T) \cup U$.

c) $(S \cup U) \cap V$.

d) $(S \cup V) \setminus U$.

e) $(U \cup V \cup T) \setminus S$.

f) $(S \cup V) \setminus (T \cap U)$.

g) $S \times T$.

h) $(S \times V) \setminus (T \times U)$.

i) $(S \setminus T) \times (V \setminus U)$.

2. Para cada número natural n, sea $A_n = [-\frac{2}{n+1}, \frac{4n-1}{3n}] \subset \mathbb{R}$. Determinar

$$\cap_{n=1}^{7} A_n\,, \quad \cap_{n=1}^{\infty} A_n \quad \text{y} \quad \cup_{n=1}^{\infty} A_n.$$

3. Demostrar las siguientes igualdades para conjuntos arbitrarios S, T, U y V.

a) $(S \setminus T) \cup (T \setminus S) = (S \cup T) \setminus (S \cap T)$.

b) $(S \setminus (T \cup U)) = (S \setminus T) \cap (S \setminus U)$.

c) $(S \setminus T) \times (U \setminus V) = (S \times U) \setminus [(S \times V) \cup (T \times U)]$.

d) $(S \cup T) \times V = (S \times V) \cup (T \times V)$.

Observación: Los diagramas de Venn pueden ser útiles para orientarse, pero la demostración no debe depender de ellos.

4. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones: $\{e\} \subset \{e, \{e^2\}\}$, $\emptyset \subset \{e, \{\emptyset\}\}$, $\emptyset \in \{e, \{\emptyset\}\}$ son ciertas y por qué?

5. Sea $A = \{a, b, 1, 2\}$. Dar una descripción explícita del conjunto $\mathcal{P}(A)$.

6. Sea $A = \{1, 2\}$. Dar una descripción explícita del conjunto $\mathcal{P}(\mathcal{P}(A))$.

7. Sean S y T dos conjuntos. Demostrar que $S \subset T$ si y sólo si $\mathcal{P}(S) \subset \mathcal{P}(T)$. Concluir que $S = T$ si y sólo si $\mathcal{P}(S) = \mathcal{P}(T)$.

8. Decide de manera razonada si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

a) $\mathcal{P}(A \cup B) = \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$.

b) $\mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$.

c) $\mathcal{P}(A \setminus B) = \mathcal{P}(A) \setminus \mathcal{P}(B)$.

9. Sean A, B, C conjuntos dados tales que $B \subset A$. Se pide describir en cada caso los conjuntos X que satisfacen las ecuaciones:

a) $\begin{cases} A \cap X = B \\ A \cup X = C \end{cases}$, si sabemos que $A \subset C$.

b) $\begin{cases} A \setminus X = B \\ X \setminus A = C \end{cases}$, si sabemos que $A \cap C = \emptyset$.

10. Tenemos estos 9 conjuntos:

$$\varnothing, \{\varnothing\}, \{\{\varnothing\}\}, \{1,2\}, \{\{1\},2\}, \mathbb{N}, \{\mathbb{N}\}, \{1,2,\mathbb{N}\}, \{1,2,\{1,2\}\}$$

a) Enumera los elementos de cada uno.

b) Para cada par de elementos A y B de la lista, junto con 1 y 2, di si $A \in B$ y si $A \subset B$ (o si no tiene sentido). Es decir, completa dos tablas con V/F/sinsentido. Digamos que en la fila con $\{1,2\}$ y columna con $\varnothing$ escribiremos V/F/sinsentido según si $\{1,2\} \in \varnothing$ (o $\{1,2\} \subset \varnothing$ en la segunda tabla).

$\in$?	$\varnothing$	$\{\varnothing\}$	$\{\{\varnothing\}\}$	$\{1,2\}$	$\{\{1\},2\}$	$\mathbb{N}$	$\{\mathbb{N}\}$	$\{1,2,\mathbb{N}\}$	$\{1,2,\{1,2\}\}$	1	2
$\varnothing$											
$\{\varnothing\}$											
$\{\{\varnothing\}\}$											
$\{1,2\}$											
$\{\{1\},2\}$											
$\mathbb{N}$											
$\{\mathbb{N}\}$											
$\{1,2,\mathbb{N}\}$											
$\{1,2,\{1,2\}\}$											
1											
2											

$\subset$?	$\varnothing$	$\{\varnothing\}$	$\{\{\varnothing\}\}$	$\{1,2\}$	$\{\{1\},2\}$	$\mathbb{N}$	$\{\mathbb{N}\}$	$\{1,2,\mathbb{N}\}$	$\{1,2,\{1,2\}\}$	1	2
$\varnothing$											
$\{\varnothing\}$											
$\{\{\varnothing\}\}$											
$\{1,2\}$											
$\{\{1\},2\}$											
$\mathbb{N}$											
$\{\mathbb{N}\}$											
$\{1,2,\mathbb{N}\}$											
$\{1,2,\{1,2\}\}$											
1											
2											