

APELLIDOS: _____

NOMBRE: _____

GRUPO
112

1a <input type="text"/> 10	1b <input type="text"/> 10	1c <input type="text"/> 10	2a <input type="text"/> 5	2b <input type="text"/> 5	2c <input type="text"/> 5	2d <input type="text"/> 5	3 <input type="text"/> 10
4a <input type="text"/> 5	4b <input type="text"/> 5	4c <input type="text"/> 5	4d <input type="text"/> 5	5a <input type="text"/> 5	5b <input type="text"/> 5	6a <input type="text"/> 5	6b <input type="text"/> 5

Razonar debidamente las respuestas

3 horas

FINAL

/100

1. Decide razonadamente si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos. Recuerda que si son verdaderas tiene que dar una demostración y si son falsas un contraejemplo.

- a) Sean S, T, U conjuntos arbitrarios. Entonces $(S \setminus (T \cup U)) = (T \setminus S) \cap (U \setminus S)$.
 b) La siguiente aplicación es inyectiva

$$h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2, h(t) = (t^2, t^3).$$

- c) La siguiente relación en $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ es de equivalencia

$$(a, b) R (n, m) \iff (a < n) \vee (a = n \wedge b \leq m).$$

2.

- a) Calcula el máximo común divisor de 220 y 407.
 b) Calcula $x \in \mathbb{Z}$ tal que $220x \equiv 110 \pmod{407}$.
 c) Calcula **todas** las soluciones $x, y \in \mathbb{Z}$ tales que $220x + 407y = 110$.
 d) Calcula **todas** las soluciones $x, y \in \mathbb{N}$ tales que $220x + 407y = 110$.

3. Calcula el resto de dividir $101^{1324} + 100 \cdot 37$ entre 11.

4. Consideramos los siguientes subespacios vectoriales de \mathbb{R}^3 :

$$U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - y - z = 0\} \quad \text{y} \quad V = \langle \{(1, 2, 1), (1, 1, 0)\} \rangle.$$

- a) Describe V como el conjunto de soluciones de un sistema lineal de ecuaciones.
 - b) Calcula la dimensión de V . Justifica tu respuesta.
 - c) Calcula una base de $U \cap V$.
 - d) Calcula una base de $U + V$. Verifica que se da la fórmula de Grassmann.
-

5. Sea $f = f_A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la aplicación asociada a la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- a) Calcula una base del núcleo de f .
- b) Calcula $a, b, c, d, e, f, g, h, k \in \mathbb{R}$ tales que

$$f(x_1, x_2, x_3) = (ax_1 + bx_2 + cx_3, dx_1 + ex_2 + fx_3, gx_1 + hx_2 + kx_3).$$

6. Sea a un parámetro real. Se considera $g_a : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ la aplicación lineal definida por:

$$g_a(x, y) = (2x + ax + ay, -ax + 2y - ay).$$

- a) Calcula la matriz M_a de g_a en la base canónica de \mathbb{R}^2 .
 - b) Calcula los valores de a para los cuales g_a es diagonalizable.
-