ÁLGEBRA	**Grado en Ingeniería Informática** **Curso 2023–24**	**Examen** **21/12/2023**

APELLIDOS:____

NOMBRE:__________________________

GRUPO **112**

1a	**1b**	**1c**	**1d**	**2a**	**2b**	**2c**	**2d**
10	10	10	5	5	10	10	10

3a	**3b**	**3c**	**4a**	**4b**	**4c**
3	3	4	7	5	8

Razonar debidamente las respuestas

FINAL

/100

1. Consideramos los siguientes subespacios vectoriales de $\mathbb{R}^3$:

$$U = \langle\{(1,-1,1),(1,1,0)\}\rangle \quad \text{y} \quad V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 2x-y-z=0\}.$$

a) Calcula las dimensiones de U y de V.

b) Describe U como el conjunto de soluciones de un sistema lineal de ecuaciones.

c) Da una base para $U \cap V$.

d) Demuestra que el vector $(2,1,1)$ se puede escribir de, al menos dos maneras diferentes como suma de un vector en U y otro de V.

2. Sea $f = f_A : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ la aplicación asociada a la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Calcula $f(1,1,1)$.

b) Calcula $f^{-1}(1,0)$.

c) Calcula una base de la imagen de f.

d) Calcula una base del núcleo de f.

3. Considera la matriz de números reales:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

a) Calcula el polinomio característico de A.

b) Calcula los autovalores de A.

c) Determina si A es diagonalizable.

4. Sea $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ la aplicación lineal definida por:

$$f(x, y) = (5x - 3y, 10x - 6y).$$

a) Calcula $M_{\mathcal{B}_c}(f)$, donde $\mathcal{B}_c$ es la base canónica de $\mathbb{R}^2$.

b) Demuestra que f es diagonalizable.

c) Calcula una base $\mathcal{B}$ de $\mathbb{R}^2$ formada por autovectores de f y la matriz $M_{\mathcal{B}}(f)$.