ÁLGEBRA (24-11-2023)	**Grado en Ingeniería Informática** **Curso 2023–24**	**Hoja nº 6**

Sistemas de ecuaciones lineales

1. Aplica el método de Gauss para discutir y resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales.

$$a)\ \left.\begin{array}{r} x_2-3x_3=-5\\ 2x_1+3x_2+3x_3=7\\ 4x_1+5x_2-2x_3=10\end{array}\right\}\quad b)\ \left.\begin{array}{r} 3x_1-10x_2-x_3=-15\\ 2x_1+2x_2+3x_3=6\\ x_1+14x_2+7x_3=-1\end{array}\right\}\quad c)\ \left.\begin{array}{r} x_1+x_2+x_3=2\\ -x_1+x_2+x_3=1\\ -x_1+3x_2+3x_3=4\end{array}\right\}$$

$$d)\ \left.\begin{array}{r} 2x_1-2x_2+x_3=9\\ 3x_1-5x_2+2x_3=4\\ 3x_1+3x_2-x_3=9\end{array}\right\}\quad e)\ \left.\begin{array}{r} x_1-2x_2+x_3=7\\ 3x_1+2x_2-x_3=1\\ 2x_1-5x_2+2x_3=6\end{array}\right\}\quad f)\ \left.\begin{array}{r} x_1-3x_2+2x_3=0\\ -x_1-2x_2+2x_3=0\\ 2x_1-2x_3=0\end{array}\right\}$$

$$g)\ \left.\begin{array}{r} x+y+z+t=0\\ y-z=5\\ x+z+2t=1\\ x+2y=0\end{array}\right\}\quad h)\ \left.\begin{array}{r} x_1+2x_2+3x_3=2\\ x_1-x_2+x_3=0\\ x_1+3x_2-x_3=-2\\ 3x_1+4x_2+3x_3=0\end{array}\right\}\quad i)\ \left.\begin{array}{r} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=0\\ -x_1+x_2+9x_4=0\\ -x_1-3x_2+2x_3+3x_4=0\\ -x_1+2x_2-5x_3+2x_4=0\end{array}\right\}$$

Solución: a) $\left(\frac{67}{11},-\frac{28}{11},\frac{9}{11}\right)$; b) incompatible; c) $\left\{\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}-\alpha,\alpha\right)|\alpha\in\mathbb{R}\right\}$; d) $(1,13,33)$; e) $(2,8,21)$; f) $(0,0,0)$; g) $(-8,4,-1,5)$; h) $(-1,0,1)$; i) $\{(59\alpha,-22\alpha,-17\alpha,9\alpha)\,|\alpha\in\mathbb{R}\}$.

2. Cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones tiene dos términos independientes. Resuélvelos a la vez mediante el método de Gauss.

$$a)\ \left.\begin{array}{rr|r} 2x_1-4x_2 = & 10 & -8\\ x_1-3x_2+x_4 = & -4 & -2\\ x_1-x_3+2x_4 = & 4 & 9\\ 3x_1-4x_2+3x_3-x_4 = & -11 & -15\end{array}\right\}\qquad b)\ \left.\begin{array}{rr|r} 2x_1-4x_2 = & 10 & -8\\ x_1-3x_2 = & -4 & -2\\ x_1-x_3 = & 4 & 9\\ 4x_1-7x_2-x_3 = & 10 & -15\end{array}\right\}$$

$$c)\ \left.\begin{array}{rr|r} 2x_1-4x_2 = & 10 & -8\\ x_1-3x_2+x_4 = & -4 & -2\\ x_1-x_3+2x_4 = & 4 & 9\end{array}\right\}$$

Solución: a) $\left(\frac{97}{13},\frac{16}{13},-\frac{157}{13},-\frac{101}{13}\right)$ y $(0,2,-1,4)$; b) $(23,9,19)$ e incompatible;

c) $\{(23+2\alpha,9+\alpha,19+4\alpha,\alpha)\,|\alpha\in\mathbb{R}\}$ y $\{(-8+2\alpha,-2+\alpha,-17+4\alpha,\alpha)\,|\alpha\in\mathbb{R}\}$.

3. Discute los siguientes sistemas de ecuaciones en función de los valores del parámetro $a\in\mathbb{R}$:

$$a)\ \left.\begin{array}{rcl} ax+y+z&=&1\\ x+ay+z&=&a\\ x+y+az&=&a^2\end{array}\right\}\qquad b)\ \left.\begin{array}{rcl} 3x-y&=&ax\\ 5x+y+2z&=&ay\\ 4y+3z&=&az\end{array}\right\}$$

4. Discute el siguiente sistema de ecuaciones en función de los valores de los parámetros $a,b\in\mathbb{R}$:

$$\left.\begin{array}{rcl} 2x-ay+bz&=&4\\ x+z&=&2\\ x+y+z&=&2\end{array}\right\}$$

5. Resolver usando la Regla de Cramer::

$$\text{(i)}\ \left\{\begin{array}{l} 3x+2y+4z=1\\ 2x-y+z=0\\ x+2y+3z=1\end{array}\right.\qquad \text{(ii)}\ \left\{\begin{array}{l} 3x+2y+4z+t=1\\ 2x-y+z-3t=6\\ x+2y+3z-t=1.\end{array}\right.$$