

Congruencias

- Demuestra que 13 y 15 son invertibles módulo 23 y 31. Determina los inversos de $\overline{13}$ y de $-\overline{15}$ en $\mathbb{Z}/23\mathbb{Z}$ y en $\mathbb{Z}/31\mathbb{Z}$.
- Para $n = 7$ y 8 . Determina $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^\times$ e indica cuál es el inverso de cada uno de sus elementos.
- Criterios de divisibilidad: Sea $n \in \mathbb{N}$.
 - Demuestra que n es divisible por 7 si y sólo si al separar las cifra correspondiente a las unidades, multiplicarla por 2 y retimesla de las cifras restantes la diferencia es un múltiplo de 7.
 - Demuestra que n es divisible por 13 si y sólo si al separar las cifra correspondiente a las unidades, multiplicarla por 9 y retimesla de las cifras restantes la diferencia es un múltiplo de 13.
 - Demuestra que n es divisible por 17 si y sólo si al separar las cifra correspondiente a las unidades, multiplicarla por 5 y retimesla de las cifras restantes la diferencia es un múltiplo de 17.
 - Demuestra que n es divisible por 19 si y sólo si al separar las cifra correspondiente a las unidades, multiplicarla por 2 y sumarla de las cifras restantes la diferencia es un múltiplo de 19.
 - Demuestra que n es divisible por 23 si y sólo si al separar las cifra correspondiente a las unidades, multiplicarla por 7 y sumarla de las cifras restantes la diferencia es un múltiplo de 23.
- Dados m enteros consecutivos: $n, n + 1, n + 2, \dots, n + (m - 1)$, con $m > 1$, demuestra que uno y solamente uno es divisible por m .
- Sea $p \in \mathbb{N}$ un primo.
 - Sea $k \in \mathbb{N}$ tal que $k \leq p - 1$. Demuestra que p divide al número combinatorio $\binom{p}{k} := \frac{n!}{k!(n-k)!}$.
 - Demuestra $a^p + b^p \equiv (a + b)^p \pmod{p}$.
 - ¿Es cierto alguno de los apartados anteriores si p no es primo?
- Halla todas las soluciones de las ecuaciones siguientes o indica por qué no existe solución.
 - $\overline{13}x = \overline{2}$ en $\mathbb{Z}/23\mathbb{Z}$.
 - $\overline{16}x = \overline{7}$ en $\mathbb{Z}/100\mathbb{Z}$.
 - $6x \equiv -10 \pmod{26}$.
 - $15x \equiv 10 \pmod{20}$.
- Para $n = 101$ y 9630 determina el cardinal de $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^\times$.
- Calcula el resto de dividir 6^{234} entre 13.
- Calcula $15^{2098} \pmod{14}$.
- Determina si $15002^{8003} + 11^8$ es divisible por 15.
- Demuestra que el entero $5^{31} - 5$ es múltiplo de 7.
- Demuestra que el entero $13^{232} - 15$ es múltiplo de 11.
- Demuestra que 14 divide a $9(3^{611} - 5^{25})$.